KOALA

biuletyn dla nauczycieli
i miłośników konkursu

*numer 3 * lato i jesień 2021*

Matematyka to nie liczby,
Tak jak muzyka to nie nuty.
Muzyka to to, co dzieje się w nas,
Gdy gramy lub słuchamy muzyki.
Gdy ona w nas coś porusza.
Matematyka też może nas poruszać.

Autorem powyżej zapisanych słów jest Serge Lang (1927-2005), amerykański matematyk pochodzenia francuskiego, autor znanych na całym świecie podręczników akademickich, m. in. klasycznego podręcznika do algebry abstrakcyjnej pt. *Algebra*, przetłumaczonego także na język polski.

Nauczycielom warto polecić książkę Serge'a Langa, która w Polsce ukazała się pod tytułem *Młodzi i matematyka. Rozmowy profesora z uczniami* (Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, 1995). Ta książka jest znakomitym przykładem sokratejskiego podejścia do nauczania, w którym nauczyciel naprowadza uczniów na właściwy tok rozumowania umiejętnie stawianymi pytaniami i wskazówkami. Ta metoda dydaktyczna jest nazywana heurezą (gr. *heúresis* – odnalezienie).

Serge Lang kochał muzykę, grał na lutni.

Spis treści:

O rozwiązywaniu zadań konkursu Koala ..... s. 2
Matematyka a eksperymentowanie ..... s. 4
Gry edukacyjne o pogromcach Enigmy ..... s. 5
Opowiadanie pt. *Matematyczna przyjaźń* ..... s. 6
Zadania różne i czasem niezwykłe ..... s. 8
Warsztaty „Przez sztukę do matematyki" ..... s. 8

Organizatorzy konkursu Koala:

Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

Informacje o konkursie: koala.poznan.pl

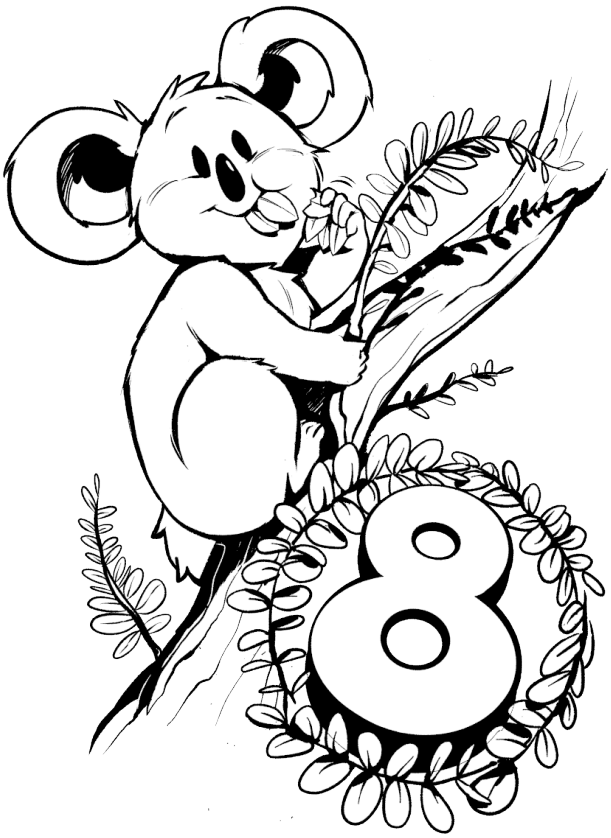
8 edycji matematyczno-informatycznego konkursu Koala już za nami. Trudno uwierzyć, że już osiem lat minęło. Pamiętam początki konkursu. Ucząc już kilka lat w V Liceum Ogólnokształcącym im. Klaudyny Potockiej w Poznaniu, zaobserwowałem, że wśród bogatej oferty konkursów brakowało takiego, który miałby za cel popularyzować matematykę „komputerową", która stanowi podwaliny technologii XXI wieku. Mniej więcej w tym czasie trafiłem na zadania Australijskiego Konkursu Informatycznego (AIC), w którym uczestnicy wcale nie korzystali z komputera! Przygotowałem podobny zestaw zadań po polsku. Były wśród nich zadania **ko**mbinatoryczne, **al**gorytmiczne i **lo**giczne. To była edycja 0 konkursu Koala – liga zadaniowa dla uczniów V Liceum.

Chciałbym w tym miejscu podziękować wszystkim, bez których trudno sobie wyobrazić konkurs Koala: współautorom zadań, nauczycielom przygotowującym młodzież do konkursu, jurorom oceniającym rozwiązania zadań II etapu i finałów oraz nauczycielom akademickim, którzy od lat nam pomagają.

Szczególne słowa podziękowania kieruję do Hanny Kuik, która od początku przygotowuje rysunki do zadań konkursowych.

Paweł Perekietka

informatyk, nauczyciel, pomysłodawca konkursu Koala



O rozwiązywaniu zadań konkursu matematyczno-informatycznego Koala

Donata Dębicka, V Liceum Ogólnokształcące im. Klaudyny Potockiej w Poznaniu

Wprowadzenie

Konkurs Koala ma na celu rozbudzanie i rozwijanie zainteresowań młodzieży matematyką i informatyką. Zadania konkursowe mają zachęcać do poszukiwania oryginalnych i efektywnych rozwiązań. Dodatkowo celem konkursu jest również doskonalenie umiejętności pracy w grupie, dyskusji oraz prezentowania własnych rozwiązań zadań i uzasadniania ich poprawności.

Myślę, że żaden czytelnik niniejszego biuletynu nie ma wątpliwości, iż myślenie matematyczne polega na czymś więcej niż na rachunkach. O roli rozwiązywania zadań w kształtowaniu myślenia matematycznego na przestrzeni lat wypowiadało się wielu wybitnych dydaktyków matematyki, m.in. G. Polya. (*)

Staramy się, aby na zestawy zadań naszego konkursu składały się ciekawe zadania z kombinatoryki, algorytmiki i logiki – dziedzin, które tworzą podwaliny współczesnej informatyki. Wiele z nich jest zadaniami autorskimi organizatorów konkursu. Na stronie internetowej `koala.poznan.pl` znaleźć można większość zadań dotychczasowych edycji konkursu.

Od dwóch lat finalistom konkursu Koala przysługują punkty brane pod uwagę w postępowaniu rekrutacyjnym do szkół ponadpodstawowych, gdy jako szczególne osiągnięcia są wymienione na świadectwie ukończenia szkoły podstawowej.

Przykład zadania

W dalszej części artykułu przedstawię metodę (strategię) przydatną podczas rozwiązywania niektórych zadań konkursowych z algorytmiki. Posłużę się zadaniem *Aleja eukaliptusowa* z finału wersji dla szkół podstawowych 8. edycji konkursu.

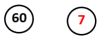
> Miś koala przemieszcza się z drzewa na drzewo w poszukiwaniu drzewa o coraz większej liczbie liści eukaliptusowych. Zakładamy, że drzewa są rozmieszczone jak na rysunku, a koala nie cofa się, czyli wędruje na południe (jak to pokazuje strzałka). Celem koali jest odwiedzenie jak największej liczby drzew z pysznymi liśćmi.
> Które drzewo koala powinien wybrać jako pierwsze? Które drzewa powinien wybierać podczas wędrówki? Odpowiedź uzasadnij.

Najpierw ustalmy, o co w zadaniu chodzi, co mamy wyznaczyć, określmy wszystkie warunki (są napisane, ale musimy przetłumaczyć to na „nasze”).

Poszukiwanie drzew o coraz większej liczbie liści powinniśmy zinterpretować matematycznie jako zadanie polegające na wybraniu z ciągu liczb (zapisanych na rysunku jedna pod drugą) takich liczb, które tworzą podciąg rosnący (oczywiście bez zmiany ich początkowej kolejności). Celem koali jest odwiedzenie jak największej liczby drzew, a więc naszym celem jest znalezienie podciągu nie tylko rosnącego, ale przy tym najdłuższego.

Nietrudno zauważyć, że podciągów rosnących dla ciągu liczb z naszego zadania jest bardzo dużo. Skąd będzie wiadomo, że jakiś wybrany podciąg rzeczywiście będzie tym najdłuższym? W tym momencie musimy dobrze przemyśleć i zaplanować metodę poszukiwania tego podciągu i dopiero potem będziemy w stanie ustalić rozwiązanie.

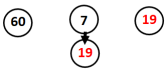
Od czego zacząć? Spróbujmy zilustrować graficznie wszystkie możliwe podciągi rosnące, które da się zbudować z liczb zapisanych na kilku początkowych drzewach. Zobaczmy, jak mógłby wyglądać przebieg rozwiązywania zadania, krok po kroku.



Krok 1. Wybierzmy drzewo z 60 liśćmi. Przyjmijmy, że liczba 60 rozpoczyna jakiś podciąg rosnący.

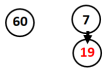
Krok 2. Spójrzmy na drzewo z siedmioma liśćmi. Liczby 7 nie dołączymy do liczby 60, bo $7 < 60$.

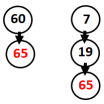
Liczba 7 może natomiast rozpoczynać inny podciąg rosnący. Mamy zatem w tym momencie dwa podciągi jednoelementowe.



Krok 3. Pojawia się kolejne drzewo, tym razem z 19 liśćmi. Liczby 19 nie dołączymy do 60, ale do 7 dołączyć możemy i powstanie podciąg (7, 19). Mamy też trzecią możliwość: 19 jako pierwszy element innego podciągu.

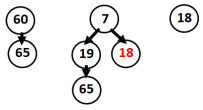
Ale czy ma sens brać pod uwagę nowy podciąg rozpoczynający się od 19, skoro wcześniej na drzewach wystąpiły już liczby mniejsze od 19 i liczba 19 może być drugim elementem wcześniej rozpoczętego podciągu? Ponieważ szukamy podciągu najdłuższego, zrezygnujemy z rozpoczynania kolejnego podciągu, o ile mamy możliwość przedłużenia ciągu już istniejącego. W konsekwencji zostaniemy przy następujących dwóch podciągach: jednoelementowym i dwuelementowym (jak na rysunku z prawej).





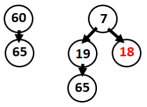
Krok 4. Dla liczby 65 z kolejnego drzewa, biorąc pod uwagę ustalenia odnotowane w kroku 3, można utworzyć dwa podciągi (jak na rysunku z lewej).

Liczba 65 mogłaby być także drugim elementem podciągu postaci (7, 65), ale tę propozycję odrzucimy, ponieważ korzystniejsze jest, aby koala wybrał trójelementowy drugi podciąg.

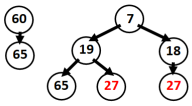


Krok 5. Tym razem patrzymy na drzewo z 18 liśćmi. Liczba 18 może rozpoczynać nowy podciąg. Może też być dołączona do ciągu rozpoczętego liczbą 7 w kroku 2, ale wtedy liczby 19 i 65 nie mogą wchodzić w skład takiego podciągu, czyli tworzymy podciąg (7, 18). Sytuacja wygląda jak na rysunku z lewej.

Analogicznie, jak w kroku 3, zrezygnujemy z tworzenia podciągu rozpoczynającego się liczbą 18, ponieważ ta liczba może być ulokowana na drugiej pozycji w podciągu (7, 18). Zostajemy przy układzie podciągów jak na rysunku z prawej. Te układy będą punktem wyjścia do znajdowania podciągów dłuższych.



Krok 6. A gdzie umieścić liczbę z kolejnego drzewa, które ma 27 liści? Po 19, po 18, a może rozpocząć nowy podciąg?



Gdybyśmy dalej postępowali w podobny sposób, jak ten opisany w krokach od 1 do 5, to w końcu otrzymalibyśmy rozwiązanie. Ale długa droga przed nami... i łatwo się pomylić.

Spróbujmy nieco uprościć zapis kolejnych etapów rozwiązywania zadania i jednocześnie przedstawimy przykład rozumowania, które zawiera przekonujące uzasadnienie poprawności rozwiązania.

---

* Polecamy wyjątkowy film z lat 60. XX w., z zajęć prof. Polyi o heurystycznym rozwiązywaniu zadań. Jest dostępny tutaj: `goo.gl/F65exK`

Posłużymy się tabelką, w której w sposób systematyczny będziemy gromadzić informacje o podciągach rosnących, które da się utworzyć po rozpatrzeniu kolejnych liczb ciągu.

Dla pięciu początkowych elementów ciągu, czyli podciągu (60, 7, 19, 65 i 18), zgromadzone informacje przedstawimy tak:

Ciąg liczb wyrażający liczbę liści na drzewie	Numer *n* elementu w ciągu liczb	Numer *m* elementu w podciągu rosnącym. Aktualnie rozpatrywany element ciągu wpisany na odpowiedniej pozycji *m*.										Długość najdłuższego rosnącego podciągu, kończącego się elementem ciągu o numerze *n*
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
60	1	60										1
7	2	7										1
19	3		19									2
65	4			65								3
18	5		18									2

W kolumnie oznaczonej daną liczbą m przechowujemy informację o pozycji, na której znajduje się rozpatrywana w danym momencie liczba oryginalnego ciągu (wskazana w wierszu opisanym daną liczbą n) w najdłuższym do tej pory znalezionym podciągu rosnącym, w którym ta liczba występuje.

Teraz po kolei dla każdego (od pierwszego do trzydziestego) n-tego elementu ciągu wyznaczymy liczbę m, która informować będzie nas, którym elementem możliwie najdłuższego podciągu rosnącego (utworzonego z elementów ciągu od pierwszego do n-tego) może być ten n-ty element ciągu.

Można zauważyć, że liczba m musi spełniać dwa warunki:

$W1$: w kolumnie o numerze $m-1$ musi znajdować się przynajmniej jeden element ciągu o wartości mniejszej od aktualnie rozpatrywanego n-tego elementu ciągu – w ten sposób zagwarantujemy sobie przedłużenie podciągu rosnącego. Jeśli nie ma takiej kolumny, w której znajdowałby się przynajmniej jeden element ciągu o wartości mniejszej od aktualnie rozpatrywanego n-tego elementu ciągu, to $m = 1$.

$W2$: w kolumnie o numerze m mogą znajdować się tylko te elementy ciągu, których wartości są nie mniejsze od aktualnie rozpatrywanego n-tego elementu ciągu – w ten sposób zapewnimy sobie ciągłość zapisu w kolumnach i kolejne elementy podciągów będą znajdowały się w kolejnych kolumnach tabeli, przez co łatwo określimy długość najdłuższego rosnącego podciągu, kończącego się aktualnie rozpatrywanym elementem ciągu.

Którym elementem w możliwie najdłuższym podciągu rosnącym będzie 27? Wyznaczmy zatem m. Czy m może być równe 4? Nie, ponieważ warunek $W1$ nie jest spełniony. Czy m może być równe 3? Tak, bo $w1$ i $w2$ są spełnione.

Wypełniamy tabelkę. Efekt pracy jest przedstawiony w prawej szpalcie na tej stronie biuletynu.

Warto dopowiedzieć, że opisana wyżej strategia rozwiązywania zadań jest nazywana czasami programowaniem dynamicznym.

Odczytujemy z tabelki, że długość najdłuższego podciągu rosnącego w naszym zadaniu wynosi 9, gdyż największe m, które otrzymaliśmy w trakcie wypełniania tabeli to 9.

Aby wyznaczyć podciąg rosnący o maksymalnej długości, po kolei z każdej kolumny wybieramy po jednym elemencie ciągu – oznaczmy go $c_{i,j}$, gdzie i oznacza i-ty wiersz, natomiast j oznacza j-tą kolumnę – w taki sposób, że:

$$c_{p,m-1} < c_{q,m} < c_{r,m+1} \text{ oraz } p < q < r.$$

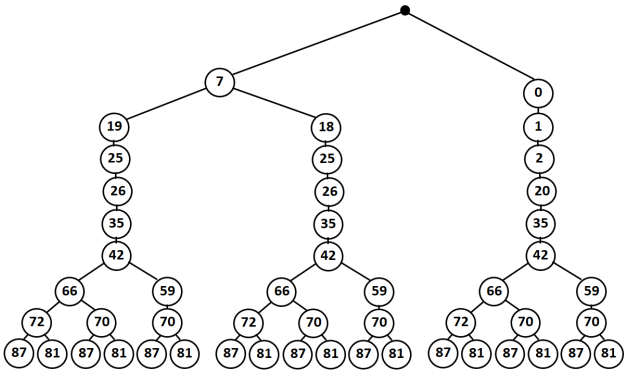
Które z drzew koala powinien wybrać jako pierwsze? Odpowiedź brzmi: drugie lub ósme. Dlaczego pierwsze drzewo nie? Ponieważ w drugiej kolumnie nie ma liczby, która byłaby większa od 60 i mniejsza od 65.

Które drzewa powinien wybierać podczas kolejnych dni wędrówki? Jest wiele rozwiązań, przykładowy wybór zaznaczono kolorem szarym w tabeli: $(7, 18, 25, 26, 35, 42, 59, 70, 87)$.

Zadanie zostało w pełni rozwiązane.

Ciąg liczb wyrażający liczbę liści na drzewie	Numer *n* elementu w ciągu liczb	Numer *m* elementu w podciągu rosnącym. Aktualnie rozpatrywany element ciągu wpisany na odpowiedniej pozycji *m*.										Długość najdłuższego rosnącego podciągu, kończącego się elementem ciągu o numerze *n*
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
60	1	60										1
7	2	7										1
19	3		19									2
65	4			65								3
18	5		18									2
27	6			27								3
64	7				64							4
0	8	0										1
58	9				58							4
25	10			25								3
37	11				37							4
1	12		1									2
61	13					61						5
49	14					49						5
36	15				36							4
26	16				26							4
2	17			2								3
20	18				20							4
44	19					44						5
35	20					35						5
42	21						42					6
66	22							66				7
72	23								72			8
59	24							59				7
70	25								70			8
3	26				3							4
19	27					19						5
87	28									87		9
81	29									81		9
23	30						23					6

Możemy dodatkowo narysować diagram przedstawiający wszystkie możliwe podciągi rosnące długości 9.



Uwaga: Ograniczenie się do wskazania przykładowego podciągu rosnącego o długości 9 nie jest pełnym rozwiązaniem zadania. Jest to tylko uzasadnienie, że istnieje co najmniej jeden podciąg rosnący o długości co najmniej 9.

Ocenianie rozwiązań

Przy ocenianiu rozwiązań zadań (w II etapie konkursu oraz w finale) stosujemy ocenianie holistyczne (całościowe), rozszerzone o pewne elementy charakterystyczne dla naszego konkursu (przyznawane są dodatkowe punkty za rozwiązanie efektywne, poprawne pod względem językowym).

Dlaczego ocenianie holistyczne? Takie podejście zakłada przyjęcie poziomów wykonania zadania. Oceniane są: pokonanie zasadniczej trudności zadania oraz kolejne czynności prowadzące do pełnego rozwiązania zadania. Dopuszczamy różne dobre, poprawne rozwiązania, także takie, których nie przewidzieliśmy. Interesuje nas, w jaki sposób, poprawny pod względem metodologicznym, uczeń doszedł do swoich wniosków.

Zainteresowanym chętnie udostępnimy schemat oceniania do zadania pt. *Aleja eukaliptusowa* drogą mailową.

Zachęcamy do zapoznania się z artykułami na temat zadań, które były publikowane wcześniej. Wersje elektroniczne biuletynów można pobrać ze strony internetowej konkursu.

Matematyka a eksperymentowanie

Justyna Makowska, **Anna Rybak**, Wydział Matematyki, Uniwersytet w Białymstoku

To co musiałeś odkryć samodzielnie,
zostawia w twym umyśle ścieżkę,
którą w razie potrzeby możesz pójść jeszcze raz.

Georg Christoph Lichtenberg

Wprowadzenie

Eksperyment, wykonywanie doświadczeń w szkole kojarzy nam się z takimi przedmiotami jak chemia, biologia czy fizyka. W Centrum Kreatywnego Uczenia się Matematyki na Wydziale Matematyki Uniwersytetu w Białymstoku pokazujemy dzieciom i młodzieży, że Królową Nauk też można odkrywać doświadczalnie.
Wykorzystanie naukowego podejścia pobudza ciekawość poznawczą, angażuje, wzmacnia poczucie sprawczości i samodzielności, bo przecież „sam to sprawdziłem" a nie „ktoś powiedział, że tak jest". Inspiruje do dalszego samodzielnego badania świata. W całym procesie eksperymentowania nie ma oceniania, rywalizacji.

Kluby Młodego Odkrywcy

W naszym Centrum, od 2019 r. działają dwa matematyczne kluby „My, tropiciele matematyki" oraz „My, matematycy". Uczniowie szkół podstawowych i ponadpodstawowych poprzez eksperymentowanie i samodzielne doświadczanie odkrywają pojęcia i zależności matematyczne oraz poznają sylwetki wybitnych matematyków.

Konkurs na Eksperyment Matematyczny

Z doświadczeń pracy z dziećmi i młodzieżą zrodził się pomysł Konkursu na Eksperyment Matematyczny. Konkurs został ogłoszony w kwietniu 2021 roku, organizatorami były dwie instytucje: Szkoła Podstawowa nr 11 z Oddziałami Integracyjnymi im. K. Makuszyńskiego w Białymstoku oraz Centrum Kreatywnego Uczenia się Matematyki przy Wydziale Matematyki Uniwersytetu w Białymstoku.

Cele konkursu to:

- popularyzacja matematyki,
- kształtowanie i wzmacnianie zainteresowania matematyką wśród uczniów,
- zainteresowanie uczniów metodą badawczą i eksperymentowaniem,
- pokazanie matematyki od strony twórczej.

Zadanie konkursowe polegało na zaplanowaniu i przeprowadzeniu eksperymentu prowadzącego do wniosków o treści matematycznej, a także udokumentowaniu tego działania w formie prezentacji lub filmu.

Otrzymaliśmy 35 prac z całej Polski: 14 ze szkół podstawowych i 21 ze szkół ponadpodstawowych. Tematyka prac była bardzo różna: od praktycznych czy związanych z hobby, jak np. „Pod jakim kątem trzeba zbudować skocznię, aby wyżej skoczyć i się nie wywrócić?", „Analiza optymalnej prędkości poruszania się podczas deszczu, tak żeby jak najmniej się zmoczyć", „Matematyka spadania" do czysto matematycznych, jak np. „Z ilu trójkątów równobocznych składają się kolejne sześciokąty foremne?", „Zwiększanie pola figury a zwiększanie wymiarów liniowych". Prace były zróżnicowane i ciekawe, więc oprócz nagród przyznaliśmy wiele wyróżnień.

Pierwsza edycja Konkursu na Eksperyment Matematyczny pokazała, że wśród dzieci i młodzieży jest silna ciekawość poznawcza i gotowość do przeprowadzania eksperymentów jako metody poznawania i odkrywania matematyki.

Takie działania konkursowe będziemy kontynuować w przyszłości. Wydaje nam się też, że warto byłoby elementy takiego działania wprowadzić do codziennej praktyki szkolnej w zakresie edukacji matematycznej.

Z ideą Klubów Młodego Odkrywcy można zapoznać się na stronie `kmo.org.pl`
Materiały z zajęć zrealizowanych w ramach białostockich Klubów są udostępnione pod adresami: `tiny.cc/my_tropiciele` oraz `tiny.cc/my_matematycy`.

Zapraszamy do zapoznania się z nagrodzonymi i wyróżnionymi pracami Konkursu na Eksperyment Matematyczny, które zostały umieszczone w galerii pod adresem `tiny.cc/kem_galeria`.

Eksperyment matematyczny?

Zdawaliśmy sobie sprawę z tego, że dla wielu uczniów eksperymentowanie w matematyce i praca metodą badawczą to sprawy nowe, więc w ogłoszeniu o konkursie umieściliśmy następujące wyjaśnienia:

Eksperyment matematyczny to działanie konkretne, doświadczalne, które ma na celu sprawdzenie naszego przypuszczenia dotyczącego rozwiązania jakiegoś problemu, znalezienia odpowiedzi na pytanie, które zrodziło się u nas pod wpływem zaciekawienia jakimś tematem. Na początku jest doświadczenie, czyli obserwacja zdarzeń zachodzących samoistnie lub wywołanych przez nas samych.

Przykład. Przyjmijmy, że zainteresowało nas, czy znając pojemność naczynia w kształcie sześcianu, można obliczyć pojemność wazonu o takiej samej podstawie, ale w kształcie piramidy (oczywiście ustawionej na „czubku" przymocowanym do ozdobnej podstawki). Wykonujemy doświadczenie polegające na bezpośrednim sprawdzeniu tego poprzez przelewanie wody, czy inne podobne czynności. Pojedyncze doświadczenie nie jest jednak eksperymentem. Do fazy eksperymentowania przechodzimy dopiero wtedy, gdy świadomie i zgodnie z pewną procedurą planujemy badania zmierzające do wzbogacenia naszej wiedzy, a więc w naszym przykładzie na przykład do odkrycia związku pomiędzy objętościami wspomnianych dwóch brył.

Wyjaśniliśmy też, z jakich etapów składa się **procedura badawcza**.

Zapewniliśmy też uczniów (początkujących badaczy), że problemy badawcze i eksperymenty nie muszą być skomplikowane. Ważne jest, aby została zastosowana metoda badawcza.

Gry edukacyjne popularyzujące wiedzę o pogromcach Enigmy

Szymon Dąbrowski, historyk i popularyzator wiedzy o historii

W Poznaniu zaczyna działalność Centrum Szyfrów Enigma. To instytucja, która będzie zajmować się przybliżaniem wiedzy o historii złamania Enigmy przez polskich matematyków: Mariana Rejewskiego, Jerzego Różyckiego i Henryka Zygalskiego. Ich przygoda z szyframi zaczęła się właśnie w grodzie Przemysła, i że był to efekt świadomej decyzji polskich służb kryptologicznych.

Powstanie tego Centrum jest efektem zaangażowania wielu osób, w tym społeczników i samorządowców, którzy od wielu lat podejmowali różnorodne działania edukacyjne i popularyzatorskie, jak też te promujące pomysł lokalizacji takiej instytucji w mieście, w którym przyszli pogromcy Enigmy studiowali matematykę na Uniwersytecie Poznańskim.

Ten artykuł podsumowuje działania edukacyjne, popularyzujące wiedzę o pogromcach Enigmy, wykorzystujące metodę gry w różnorodnych jej odmianach.

W terenie

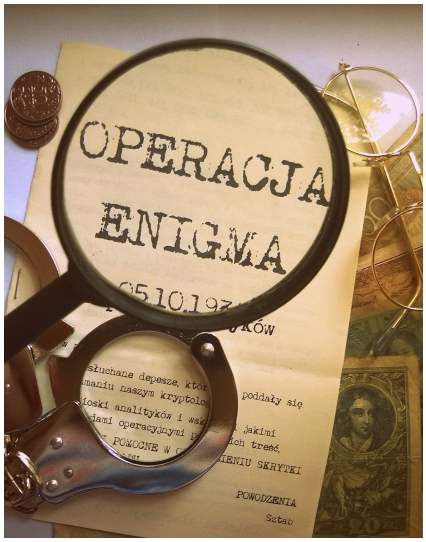
Pierwszą z inicjatyw była gra miejska Enigma, która pierwszy raz odbyła się we wrześniu 2007 roku, a później wielokrotnie była powtarzana w różnych formach.

Zgłaszające się zespoły wcielały się w agentów polskiego kontrwywiadu z lat 30. XX wieku. Celem graczy była ochrona tajemnicy łamania Enigmy przez polskich matematyków i aresztowanie wrogiego agenta, który tejże tajemnicy może zagrażać. Ponad 130 uczestników poruszając się ulicami i zaułkami Poznania, łamało szyfrogramy wrogów, które miały naprowadzić ich na trop agentów tajnych służb. Zwycięski zespół aresztował poszukiwanego agenta i wiedza o łamaniu Enigmy pozostała w tajemnicy.

Ta prosta fabuła połączona z elementem rywalizacji okazała się niezwykle atrakcyjna i gra była powtarzana wielokrotnie nie tylko w formule otwartej, ale też dla grup zamkniętych, np. szkolnych.

Kolejnym krokiem było stworzenie takiej gry terenowej, która może spełniać cele popularyzacyjne w sposób ciągły. Taka propozycja jest wprawdzie pozbawiona głównego atutu gier miejskich, jakimi są aktorzy odgrywający fabularne role, jednak, – jak się okazało – może być również ciekawą i atrakcyjną propozycją dla różnych grup wiekowych.

Przykładami takich gier są: poznańska – *Łamacze Szyfrów* (*), czy bydgoska – *Tajne spotkanie* (**). Zadaniem uczestników jest złamanie szyfrogramu, a część liter jest odkrywana przez rozwiązywanie zagadek w przestrzeni miasta – np. rozpoznawanie obiektu ze starej fotografii.



Pakiet startowy gry *Operacja Enigma* zawierał kajdanki, lupę i fundusz operacyjny złożony z… przedwojennych banknotów i bilonu.

W świecie wirtualnym

Kolejny rodzaj gry to Ogólnopolska Gra Kryptologiczna ŁAMACZE SZYFRÓW. To gra internetowa, dostępna pod adresem `lamaczeszyfrow.pl`. Pierwsza edycja odbyła się w 2009 roku z okazji 80. rocznicy tajnego kursu szyfrów, w którym uczestniczyli Rejewski, Różycki i Zygalski.

Trzyosobowe zespoły po zgłoszeniu do gry otrzymują dostęp do wykładów na temat wybranych szyfrów i metod ich łamania, po czym wykonują zadania: szyfrują, deszyfrują i odczytują szyfrogramy. Zwycięzcą zostaje zespół, który jako pierwszy rozwiąże zadania finałowe. W finale śmiałkowie nie wiedzą, które z poznanych szyfrów zostały użyte.

Pomysł okazał się bardzo trafiony i przez ponad dekadę jego realizacji wzięło udział ponad 10 tysięcy uczestników.

Gra doczekała się międzynarodowej wersji pod nazwą theCODEBREAKERS dostępnej w sześciu językach pod adresem `thecodebreakers.org`. Mamy tysiące zaangażowanych adeptów kryptologii z wszystkich kontynentów i także takich krajów jak Bangladesz, Indonezja, Wietnam i innych.

Na planszy

Podobnego wyzwania podjęło się Wydawnictwo Miejskie Posnania, opracowując grę planszową *Łamacze szyfrów*.

Bohaterowie gry to agenci nie znający nawzajem swoich ról. Jeden z nich szyfruje wiadomość do swojego wspólnika. Ów wspólnik może ją łatwo odszyfrować, ale pozostali gracze mogą podjąć próbę złamania szyfru i odczytania wiadomości nim obaj agenci spotkają się ze sobą.

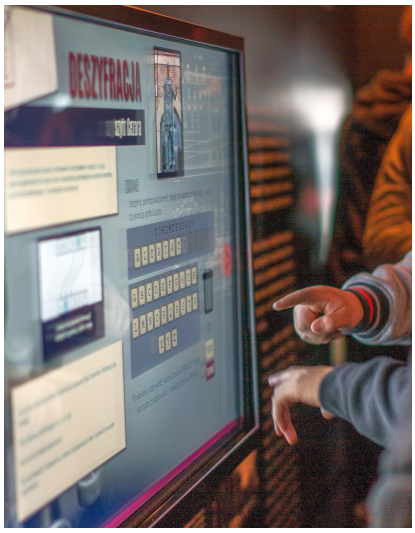
Gra rozgrywa się na planszy odwzorowującej mapę Poznania z przełomu lat 20. i 30. XX w. Gracze poznają budynki i obiekty, których albo już nie ma, albo zostały przebudowane (np. katedra).

Nakład gry jest obecnie wyczerpany.

W przestrzeni wystawowej

Kolejną inicjatywą była wystawa *Pogromcy Enigmy* mieszcząca się w tzw. szyfrokontenerze, który do niedawna stał przed poznańskim Zamkiem.

W przestrzeni wystawy (obecnie dostępnej online: `enigmacentrum.pl`) jej odbiorcy napotykali m.in. interaktywne ekrany z prostymi zadaniami uczącymi szyfrowania, deszyfrowania i łamania szyfrów. Wystawa cieszyła się popularnością i przez niemal 4 lata jej funkcjonowania odwiedziło ją sto tysięcy osób.



Elementem wystawy w szyfrokontenerze były proste gry kryptologiczne.

Taka wystawa może służyć np. społeczności lokalnej. Dowiodła tego jej wersja mobilna, która zawitała za pośrednictwem jednej ze swarzędzkich szkół do tamtejszego Centrum Historii i Sztuki.

Gdzie jeszcze?

Metoda angażowania uwagi przez różnorodne gry jest atrakcyjnym i skutecznym sposobem na zainteresowanie odbiorcy niełatwym tematem historii technik kryptologicznych pierwszej połowy XX wieku. Ciekawa tajemnicza fabuła i element rywalizacji to składowe sukcesu.

O tym, że to działa, świadczy również powodzenie warsztatów kryptologicznych, jakie w ostatnich latach gościły w kilkudziesięciu szkołach.

(*) Karta gry terenowej *Łamacze Szyfrów* jest dostępna pod adresem: `gryturystyczne.pl/pliki/lamaczeszyfrow.pdf`. Jest też wersja anglojęzyczna: `gryturystyczne.pl/pliki/codebreakers.pdf`

(**) Karta gry terenowej *Tajne spotkanie* jest dostępna pod adresem: `gryturystyczne.pl/pliki/tajnespotkanie.pdf`

Matematyczna przyjaźń

Andrzej P. Urbański, Instytut Informatyki, Politechnika Poznańska

– Kto rozwiąże to zadanie? – Nauczyciel napisał na tablicy skomplikowane wyrażenie złożone z ułamków w postaci dziesiętnej i zwykłej.

Przez chwilę rozglądał się po klasie, czekając, aż ktoś się zgłosi. Włożył lewą rękę do kieszeni zamszowej marynarki, a prawą odłożył kredę. Wiedział, że zadanie jest trudne, miał jednak nadzieję, że nie dla wszystkich. Przynajmniej nie dla tego jednego. Ucieszył się, widząc wyciągniętą w górę rękę chłopca.

– Zapraszam do tablicy Damianie. – Uśmiechnął się do ucznia.

Ten sprężyście podniósł się z ławki. Dwunastoletni Damian był niewysoki, z włosami w kolorze przybrudzonego siana. Miał na sobie wypłowiałą koszulę w odcieniu brązu wpuszczoną w jasnoniebieskie, niemodne dżinsy. Tym odróżniał się od innych uczniów, których ubrania lśniły nowością i pochodziły przeważnie z markowych sklepów.

Damian za tym co napisał nauczyciel umieścił znak równości, po czym przepisywał kolejne ułamki sumy, zamieniając te w postaci dziesiętnej na zwykłą oraz skracając ułamki, gdy tylko się dało.

– W ten sposób uzyskaliśmy sumę kilku ułamków zwykłych. Można by je dodawać parami, ale ja spróbuję zrobić to szybciej, znajdując jeden wspólny dla wszystkich mianownik.

– Odważny krok! – Nauczyciel pokiwał głową z aprobatą.

– Patrząc na mianowniki, widzę, że są one zawsze iloczynem kilku z pięciu liczb, którymi są: dwa, trzy, pięć, siedem i jedenaście. Po ich pomnożeniu... – zawahał się, licząc w pamięci – wyjdzie nam wspólny mianownik wynoszący dwa tysiące trzysta dziesięć.

Damian dokończył obliczenia, odłożył kredę i odwrócił się do nauczyciela, strzepując biały pył z ręki.

– Świetnie. Dziękuję! – co usłyszawszy wrócił na miejsce i usiadł, nie patrząc na nauczyciela.

– Dał ci piątkę – skomentował przyglądający się nauczycielowi kolega z ławki, piegowaty chłopak z rudymi włosami.

– Myślisz, Kamil? Za taki pryszcz? – Damian wzruszył ramionami.

– A teraz zadanie z treścią – kontynuował lekcję nauczyciel – Będzie o tym, ile kosztują trzy płaszcze i dwa żakiety, a mamy wyliczyć cenę zakupu po jednej sztuce. Spróbujcie je rozwiązać sami.

Po czym zaczął krążyć po sali, przyglądając się pracy swoich uczniów.

– A spróbuj podzielić – podpowiedział jednej z uczennic.

Tymczasem Damian skończył swoje zadanie. Nauczyciel to zauważył i zerknął do jego zeszytu.

– To poprawny wynik – skomentował.

Do końca lekcji wyliczyli jeszcze kilka zadań.

– Damianie! Zostań po lekcji, proszę – powiedział nauczyciel kiedy wybrzmiał dzwonek.

Prośba nauczyciela odbiła się szumem w klasie, a nawet syknięciem rzuconym przez Kamila:

– Będziesz miał karę, bo za mało podpowiadasz kolegom.

Po skończonej lekcji nauczyciel podszedł do Damiana i przysiadł na sąsiedniej ławce. Jego przystojną twarz trzydziestolatka zdobił lekki uśmiech.

– Jestem zachwycony twoimi postępami w matematyce Damianie – powiedział po chwili, wyraźnie akcentując swoje uznanie – Nie chciałbyś rozwijać swojego talentu materiałem pozalekcyjnym?

– Damian usiłował wstać, lecz nauczyciel nakazał mu gestem, by siedział.

– Ale ja przecież jestem z domu dziecka – prawie płaczliwie odezwał się Damian.

– Wiem o tym, ale nie uważam by to była przeszkoda – westchnął nauczyciel. – Miałem wielu uczniów, którzy ciężko pracowali, chociaż rodzice wcale ich w tym nie wspierali. Jeśli tylko ty sam będziesz miał ochotę i dużo wytrwałości, to możesz osiągnąć naprawdę wspaniałe rezultaty. Widzę, że drzemie w tobie ogromny talent matematyczny, ale musisz o niego zadbać, bo nierozwijany się zmarnuje.

– Naprawdę? Myśli pan? Marzy mi się, by wziąć udział w konkursie matematycznym, ale za słaby jestem – powiedział, spuszczając głowę.

– Przygotowałem dla ciebie książkę, która powinna cię zainteresować. Spróbuj rozwiązywać te zadania. Jeśli z którymś ci nie wyjdzie, to bierz się za następne. Na pewno kiedyś wpadniesz w rytm ich rozwiązywania. – Nauczyciel podał Damianowi trzymaną w ręku książkę.

– Bardzo dziękuję. Na pewno będę próbował – zapewnił.

– Najlepiej załóż sobie zeszyt, w którym będziesz rozwiązywał te zadania i po jakimś czasie możesz się do mnie zgłosić. Przejrzę je i spróbuję coś doradzić.

– Bardzo dziękuję. Tak zrobię. – Damian patrzył nauczycielowi w oczy z nieukrywanym szacunkiem.

– Powodzenia! – uśmiechnął się do Damiana. Ten odwzajemnił uśmiech.

Gdy wyszli z sali, na korytarzu $5B$ czekała już na mającą się za chwilę rozpocząć kolejną lekcję. Damiana zaczepił Kamil:

– I co? Opieprzył cię?

– Nie. Ależ co ty Kamil. Zachęcił do rozwiązywania zadań z tej książki – Damian pokazał nabytek.

– No to ale ci dał roboty. Chyba nie zamierzasz studiować tej cegły? – Kamil uśmiechnął się złośliwie.

– Powiedział, że jak się za to wezmę, to mogę błysnąć w konkursie – powiedział już mniej pewnie Damian.

– Daj spokój. Przecież konkursy są dla kujonów. Chce ci się? I dasz radę sam, bez rodziców? – Kamil był bezlitosny.

– On mówi, że tak. Wierzy we mnie - odpowiedział Damian ściszonym głosem.

– I ty bierzesz te bajki na serio?

Damian wracał ulicą w kierunku domu dziecka, targany wątpliwościami jakie zasiał w nim Kamil. Jednak jeszcze tego popołudnia wziął się za studiowanie książki pożyczonej od nauczyciela. Czytał kolejne zadania i wydały mu się tak trudne, że nie znajdował żadnego sposobu na ich rozwiązanie. W końcu zrezygnował i w pośpiechu odrobił zadania z innych przedmiotów.

Następnego dnia zaraz po lekcjach ponowił przeglądanie zadań i kiedy znowu zniechęcony brakiem pomysłów już miał dać sobie spokój, nagle wpadł na to, jak się zabrać za jedno z tych ostatnich. Szybko spisał obliczenia na skrawku papieru, który miał pod ręką i zajrzał do odpowiedzi. Jego rozczarowanie było bezgraniczne. Jednak przyjrzał się przedstawionemu rozumowaniu i pojął je, a nawet mu się spodobała jego elegancja i prostota.

Wrócił więc do czytania książki, gdzie znalazł zadanie zatytułowane „Jak sprzedając po pół jajka można sprzedać całe?". Przedstawiono je w formie dialogu sprzedawczyni z klientami:

– Dzisiaj rano pierwsza klientka kupiła połowę wszystkich jajek i jeszcze pół jajka, druga kupiła połowę pozostałych jajek i znowu pół jajka, trzecia kupiła połowę pozostałych jajek i pół jajka – i tak samo było z czwartą, piątą i szóstą klientką. Wtedy zostało tylko jedno jajko.

– Opowiada pani niestworzone rzeczy! Komu by pani sprzedała pół jajka! – oburzyła się korpulentna klientka.

– Ale ja nikomu nie sprzedawałam pół jajka, tylko zawsze całe jajka!

Tu wtrącił się do rozmowy student mówiąc:

– Byłem siódmym klientem. Kupiłem połowę całego zapasu jajek i jeszcze pół jajka.

Na to sprzedawczyni:

– Pamiętam, tak było! Pan kupił ostatnie!

Kiedy wpadł na pomysł rozwiązania tego zadania, przypomniał sobie o radzie nauczyciela i zaczął szukać czystego zeszytu. Niestety wszystkie mu się skończyły, więc poszedł do swojego wychowawcy z prośbą o nowy.
– A do czego potrzebny ci ten zeszyt? – spytał wychowawca, czterdziestoletni mężczyzna o zmęczonych oczach.
– Do matematyki. Rozwiązuję zadania z książki przygotowującej do konkursu – odpowiedział Damian.
– Uważam, że szkoda na to twojego czasu. Lepiej ucz się przedmiotów, z którymi masz problemy, bo jeszcze nie przejdziesz do następnej klasy – odpowiedział oschle, przeglądając zawartość półki z książkami – Zresztą akurat skończyły mi się zeszyty w kratkę i będę je miał dopiero w przyszłym tygodniu.
Damian odwrócił się na pięcie i powlókł do pokoju. Bezładnie padł na tapczan. Po chwili jednak z błyskiem w oczach poderwał się na równe nogi i wyciągnął szufladę z biurka. Na jej tylnej ściance był przybity woreczek, z którego wyjął dziesięciozłotówkę.
Poprosił dyżurnego o otwarcie drzwi domu dziecka zwykle zamkniętych na zamek elektromagnetyczny z obu stron i udał się do pobliskiej księgarni. Kiedy wrócił, błyskawicznie nakreślił rozwiązanie, które polegało na przeprowadzeniu obliczeń od końca czyli od owego studenta. Potwierdził więc obliczenie, że ten kupił jedno jajko. Poprzedzająca go osoba kupiła dwa jajka. Kolejni poprzedzający kupowali dwa razy więcej jajek niż następny klient. W ten sposób wyliczył, że pierwsza klientka kupiła sześćdziesiąt cztery jajka, a na początku było sto dwadzieścia siedem jajek.
Sprawdził z odpowiedziami, że rozwiązanie okazało się bezbłędne. Był pełen dumy i radości. Wyszedł na korytarz, gdzie dostrzegł filigranową blondyneczkę Martę, która uśmiechnęła się do niego.
– Wyglądasz jakbyś był w siódmym niebie – zauważyła przyjaźnie.
– Nie uwierzysz! Udało mi się rozwiązać bardzo trudne zadanie z książki przygotowującej do konkursu matematycznego. – Zaczerwienił się rozemocjonowany.
– Byłoby fajnie jakbyś w nim wystartował. Będę trzymała za ciebie kciuki. – Marta wpatrywała się w niego z uznaniem.
– Dzięki – Uśmiechnął się radośnie.

***

Tamten dzień był dla Damiana zwrotny w jego sprawności w rozwiązywaniu zadań. Zeszyt szybko zapełniał się rozwiązaniami kolejnych zadań i Damian zaraz po Nowym Roku zaniósł go nauczycielowi razem z przerobioną książką.
– Jesteś bardzo pracowity, a rozwiązania są bardzo dobre – powiedział do Damiana nauczyciel w tydzień później – Bez obaw o kompromitację możesz startować w tegorocznym konkursie Kangur Matematyczny. Będę o tobie pamiętał, a tu masz kolejną książkę.
Damian wychodząc z klasy podskoczył radośnie. Nie omieszkał też pochwalić się tym przed Kamilem.
– To ty nie wiesz? – usłyszał w odpowiedzi – Chodzą słuchy, że dyrekcja chce go z końcem roku szkolnego zwolnić. Podobno jest zbyt wymagający.
– Coś ty! – Damianowi zaszkliły się oczy. Odwrócił głowę, by Kamil nie zauważył.
Wracał do siebie w ponurym nastroju. Siadł przy swoim biurku i otworzył kolejną książkę z zadaniami. Po chwili ją zatrzasnął. Nagle wziął kartkę papieru i zaczął pisać. Kilka razy skreślał i poprawiał. W końcu wyrzucił do kosza i wziął nową kartkę. Znowu zaczął pisać. Po chwili zastanowienia wyszedł z nią na korytarz. Zapukał do sąsiedniego pokoju.
– Możesz mi pomóc? – spytał.
– Wal śmiało – odpowiedziała Marta.
– Chcą zwolnić naszego matematyka.
– Tego, który w ciebie uwierzył?
– Właśnie. Chciałem napisać list w jego obronie, tak żeby namówić klasę i rodziców do podpisania go.
– Świetny pomysł! – wykrzyknęła – To jest ten tekst? – zapytała odbierając od Damiana kartkę. Przez chwilę czytała.
– Bardzo dobrze. Tylko musisz napisać, że jest prawdziwym łowcą matematycznych talentów. To się spodoba.
– Dzięki, zaraz to ulepszę.
– I rozdaj nie tylko twojej klasie, ale wszystkim, którzy mają z nim lekcje.
Damian wrócił do siebie i przepisał list do komputera. Potem poszedł go wydrukować. Na szczęście nie było nikogo, kto by się zainteresował, że drukuje aż sto trzydzieści egzemplarzy jednego pisma.
Następnego dnia rozdał swój list wszystkim uczniom, przekazując, by poprosili rodziców, żeby podpisali. Niektórzy na jego prośbę wydęli wargi lub ironicznie się uśmiechali. Jednak nikt nie odmówił.
Zaraz po szkole udał się wprost do dyrektorki domu dziecka. Ta podpisała list bez wahania, była jednak dociekliwa i wyciągnęła z Damiana historię z zeszytem. Następnego dnia jego wychowawca sam przyszedł do niego, wręczając mu elegancki brulion i długopis.
– Jak będziesz potrzebował jakichś pomocy naukowych albo podpisu, to śmiało przychodź od razu do mnie – powiedział do Damiana. Ten się uśmiechnął, rozumiejąc, że to takie przyznanie się zmęczonego człowieka do błędu.

***

Damian przyszedł na konkurs przed czasem i nerwowo zaciskał pięści. Nie był pewien, czy nie narobi błędów. Dwa zadania były nadzwyczaj łatwe. Zapisał rozwiązania w brudnopisie i wziął się za następne. Było trudniejsze i nie wiedział jak je rozwiązać, więc zostawił to i przeszedł do kolejnych zadań. Mimo że nie były łatwe, dał radę. Kiedy doszedł do ostatniego, zaczął wypełniać arkusz odpowiedzi. Uważał, żeby się nie pomylić. I wtedy trafił na zadanie, którego nie rozwiązał. Zostawił je na koniec, dopełniając formalności z arkuszem. Gdy w końcu wrócił do rozwiązywania go doznał olśnienia i zadanie – choć niełatwe – rozwiązał i zapisał w arkuszu odpowiedzi.
Kiedy wyszedł na korytarz, zauważył, że jest spocony i drżą mu ręce. Poszedł do łazienki i długo je mył. Wrócił do swojej klasy na kolejne lekcje.
– I jak ci poszło? – usłyszał szept Kamila
– Nie wyglądasz kwitnąco.
– Chyba dobrze – odpowiedział niepewnie. Kamil znowu zasiał w nim niepokój.

***

– Wygrałem! – już z daleka krzyknął Damian do Marty. Ta podbiegła do niego, rzuciła mu się na szyję i pocałowała w policzek, po czym odsunęła się zawstydzona. Damian się zarumienił.
– Ale kiedy pisałeś ten konkurs?
– Dawno temu. To był koniec zimy.
– A nic nie powiedziałeś. Pewnie nie mogłeś się doczekać wyników.
– Wolałem nie zapeszać.
– To dostaniesz nagrodę! – ucieszyła się.
– Tak. Pojadę do Berlina na taką gorącą wyspę pod szklaną kopułą.
– To super!

***

W trakcie jednej z lekcji matematyki wkroczył do ich klasy sam dyrektor szkoły. Damian zarumienił się zaniepokojony.
– Kierownictwo i rada pedagogiczna wzięli pod uwagę wasz apel i poproszono obecnego tutaj nauczyciela, by zechciał dalej uczyć w naszej szkole…
Uczniowie przerwali dyrektorowi gromkimi brawami i okrzykami zadowolenia.
– Jeszcze nie skończyłem – rzekł karcąco. – Dodam, że w tej decyzji utwierdziły nas sukcesy tu obecnych uczniów.
Po lekcji Damian podszedł do nauczyciela i poprosił go o chwilę rozmowy.
– Wie pan, że pojadę na zagraniczną wycieczkę jako nagrodę w konkursie?.
– Tak. Gratuluję.
– Nie wiem czy mógłbym prosić… – zaczął niepewnie. – Chciałbym, żeby pan był moim opiekunem na tej wycieczce.
– To dla mnie zaszczyt. Z przyjemnością.
– Jest pan prawdziwym przyjacielem. – Damian ucieszył się, że nauczyciel się zgodził.
– Ty też. Przecież wiem kto był moim adwokatem. – Nauczyciel mrugnął do niego z uśmiechem.

Zadania różne i czasem niezwykłe

Od kilku lat na kampusie Uniwersytetu w Białymstoku odbywają się *Marcowe Spotkania z Nauką*. Adresatami imprez są przede wszystkim uczniowie i nauczyciele, ale też wszystkie osoby zainteresowane nauką – bez ograniczeń wiekowych.

W roku 2021 *Spotkania* odbywały się w formie zdalnej od marca do maja (więcej informacji na stronie: `dniotwarte.uwb.edu.pl`). Przygotowane zostały wykłady popularnonaukowe, warsztaty, konkursy, zabawy związane z naukami ścisłymi i przyrodniczymi.

Wykład pt. *Zadania różne i czasem niezwykłe* wygłosiły: dr Anna Rybak oraz Paulina Naumowicz, Dominika Nicewicz i Anna Ryszaw, studentki z Wydziału Matematyki Uniwersytetu w Białymstoku.

Wykład był opracowany z myślą o dzieciach z klas IV-VIII szkół podstawowych i młodzieży młodszych klas szkół ponadpodstawowych. Miał interaktywną formę: uczniowie mogli przedstawiać własne propozycje rozwiązania prezentowanych podczas wykładu zadań.

> Wykład chwilami zamieniał się po prostu w rozmowę o matematyce.
>
> *dr Anna Rybak*

Podczas wykładu zaprezentowane zostały zarówno typowe zadania znane uczniom ze szkoły, jak i nietypowe zadania, które można rozwiązywać różnymi metodami, dostępnymi uczniom jeszcze przed poznaniem bardziej zaawansowanych narzędzi matematycznych (np. układów równań liniowych).

Pierwszym prezentowanym zadaniem było zadanie o owcach i kozach, mająca długą i ciekawą historię:

Ile lat ma kapitan statku, jeśli na statku jest 26 owiec i 15 kóz?

Celem dyskusji nad tym zadaniem było zwrócenie uwagi na problem możności lub niemożności znajdowania rozwiązań.

Kolejnym zadaniem była piramida matematyczna, w której należało **wyznaczyć ósmy poziom piramidy**. Zadaniem można oczywiście przeformułować tak, aby celem było opracowanie algorytmu wyznaczania kolejnych poziomów.
Zmierzenie się z tym zadaniem pokazało uczestnikom, że nie każde zadanie, w którym występują liczby, wymaga skomplikowanych obliczeń, a czasami nie wymaga ich wcale!

1
11
21
1211
111221
312211
13112221
???

Kolejne prezentowanie zadanie było zaczerpnięte z podręcznika do klasy 7 Gdańskiego Wydawnictwa Oświatowego. Brzmiało tak:

> Sen miałem dziwny. A tak to było: W tłumie kosmitów na placu stałem. Dwieście ich oczu na mnie patrzyło, ale zarysów ciał nie widziałem. Wstałem i usłyszałem: – Hej, Ziemianinie, Zadam ci teraz trudne pytanie. Musisz się spieszyć, bo gdy noc minie, chcemy gotowe mieć rozwiązanie. Kilku z nas ma, jak ty, oczu parę. O siedmiu więcej ma ich dwie pary. A czworo oczu ponad twą miarę mam ja, ma brat mój i ojciec stary. Połowę grupy już omówiłem, reszta mych druhów ma jedno oko. Z jak liczną grupą tutaj przybyłem? Spróbuj obliczyć nim gwiazdy zbledną.

Zadanie miało pokazać, jak ważne jest uczenie się umiejętności analizy tekstu zadania, odnajdywanie kluczowych informacji opisujących związki między wielkościami.

Poprzednie zadanie rozwiązano podczas wykładu metodą algebraiczną. Następne zadanie – za namową jednej z prezentujących, rozwiązano inaczej – metodą graficzną, bez odwoływania się do algebry. Oto tekst zadania:

> Tort urodzinowy waży tyle co połowa tego tortu i 80 dag. Ile waży połowa tego tortu urodzinowego?

Zachęcamy czytelników biuletynu do zmierzenia się z zadaniami.

Tekst artykułu opracowano na podstawie informacji od autorek wykładu.

Warsztaty „Przez sztukę do nauki” (4–5.07.2021)

Celem warsztatów „Przez sztukę do nauki” jest przedstawianie pojęć naukowych w sposób interdyscyplinarny, na przykład pojęć matematycznych przez muzykę i ruch.

Warsztaty odbędą się 4 i 5 lipca, tj. w czasie, który pierwotnie był zaplanowany na piątą międzynarodową konferencję Creative Mathematical Sciences Communication (CMSC). Konferencja została odwołana z powodów epidemiologicznych, jednak jej organizatorzy postanowili krzewić przyświecające jej idee i zorganizować ciekawe, choć na mniejszą skale, wydarzenie, skierowane do nauczycieli, studentów i wszystkich zainteresowanych kreatywnymi metodami mówienia o nauce.

Warsztaty rozpocznie **koncert muzyki algorytmicznej** 4 lipca o 19:00, w Centrum Kultury Zamek, w wykonaniu Poznańskiej Orkiestry Laptopowej *Lambdaensemble*. Usłyszymy między innymi premierowe utwory: Margarete Huber, Katarzyny Taborowskiej, Krzysztofa Gawlasa, Michała Janochy, które zostały skomponowane specjalnie na to wydarzenie.

Natomiast 5 lipca miejscem warsztatów będzie Aula Nova Akademii Muzycznej im. Ignacego Jana Paderewskiego w Poznaniu. Od 10:00 do 13:00 trzy **wykłady z pogranicza nauki i sztuki** wygłoszą: prof. dr hab. Jarosław Grytczuk z Politechniki Warszawskiej, prof. dr hab. Jerzy Pogonowski z Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu oraz Jan Świerkowski z Centrum Komunikacji i Kultury w Lizbonie.

Po przerwie kawowo-obiadowej, o 14:30 odbędzie się **wykład matematyczno-artystyczny**, który poprowadzą: muzycy, matematycy i zespół rytmiczek. Przedstawione będą z użyciem różnych środków wyrazu m. in. pojęcia występujące zarówno w geometrii jak i muzyce: translacja i inwersja. Prowadzący opowiedzą też, z czego składa się muzyka.

Harmonogram i informacje o zaproszonych gościach można znaleźć na stronie warsztatów: `art.wmi.amu.edu.pl`

Koncert oraz wykład matematyczno-artystyczny będą prowadzone będą w języku angielskim i transmitowane na YouTube. Oto adres: `tiny.cc/przez_sztuke_do_nauki`

Organizatorami warsztatów są: Polskie Towarzystwo Matematyczne, Akademia Muzyczna im. Jana Ignacego Paderewskiego w Poznaniu, Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu i Studio Muzyki Elektroakustycznej w Poznaniu. Wydarzenia matematyczno-muzyczne zostały dofinansowane z programu „Społeczna odpowiedzialność nauki” Ministerstwa Edukacji i Nauki oraz ze środków Samorządu Województwa Wielkopolskiego. Warsztaty dofinansował ponadto Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu i Polskie Towarzystwo Matematyczne.

Wykreślanka (do rozwiązania w czasie przerwy)

W diagramie, zwanym wykreślanką, należy wykreślić słowa, które w opisie warsztatów zostały podkreślone. Pozostałe litery, czytane rzędami utworzą hasło. **Uwaga:** Wyrazy w wykreślance mogą być wpisane poziomo, pionowo, na ukos. Wprost lub wspak.

T	R	A	N	S	L	A	C	J	A
K	U	L	J	A	K	Y	Z	U	M
U	C	T	C	S	U	Z	B	E	S
J	H	A	W	S	R	K	O	C	Z
A	Ć	Ę	J	O	P	E	I	U	T
K	O	N	C	E	R	T	W	A	U
U	Z	A	R	Y	W	Y	W	N	K
Y	G	E	O	M	E	T	R	I	I

Skład komputerowy w systemie LaTeX przygotował Paweł Perekietka.
Kontakt z redakcją: `koala.konkurs@gmail.com`