KOALA

biuletyn dla nauczycieli i miłośników konkursu

*numer 1 * jesień 2017*

Zadania naszego konkursu mogą się wydawać niepoważną matematyką rekreacyjną. Kto uczestniczył 28 września tego roku w Festiwalu Matematyki na Wydziale Matematyki i Informatyki UAM, mógł się przekonać, że rozwój informatyki, w tym kryptologii, przesunął to, co nazywa się matematyką dyskretną z peryferii na jedną z centralnych pozycji matematyki współczesnej.

W tym numerze biuletynu znajdą Państwo informacje o historii konkursu, wskazówki na temat rozwiązywania zadań oraz przykłady zadań wybranych z blisko 100 zadań konkursowych. Do większości z nich podano rozwiązania, czasem te zaproponowane przez uczestników konkursu.

W grudniu planujemy wydanie drugiego numeru biuletynu.

V edycja konkursu KOALA rozpocznie się już w styczniu.

Wydanie biuletynu KOALA było możliwe dzięki środkom finansowym pozyskanym przez Poznańską Fundację Matematyczną.

projekt: Potęga Matematyki 2017

finansowanie: Miasto Poznań

Pomysł konkursu matematyczno-informatycznego KOALA już od I edycji w roku szkolnym 2013/2014 okazał się „strzałem w dziesiątkę”. Nowatorski pomysł konkursu polegał na tym, aby popularyzować matematykę „komputerową” (kombinatoryka, algorytmika, logika), która tworzy podwaliny współczesnej informatyki.

Zaprosiliśmy do współpracy nauczycieli akademickich i tak KOALA zyskuje coraz więcej przyjaciół. Maskotką konkursu jest zwierzak koala. Jego graficzny wizerunek został wykreowany przez absolwentkę naszej szkoły Hannę Kuik.

Konkurs KOALA dzięki ciekawym zadaniom i drużynowej formie rywalizacji sprawia dużo radości uczestnikom, wyzwala ich kreatywność i motywuje do rozwiązywania coraz trudniejszych problemów. Kolejne edycje udowodniły, że uczniowie bardzo polubili zarówno treść, jak i formę konkursu.

Dziękujemy serdecznie Wydziałowi Matematyki i Informatyki UAM za współpracę przy organizacji kolejnych edycji konkursu KOALA oraz Poznańskiej Fundacji Matematycznej, dzięki której mógł zostać wydany niniejszy biuletyn.

Barbara Płotkowiak

Dyrektor V Liceum Ogólnokształcącego im. Klaudyny Potockiej w Poznaniu

POZnan

Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

Poznańska Fundacja Matematyczna

POZNAŃ

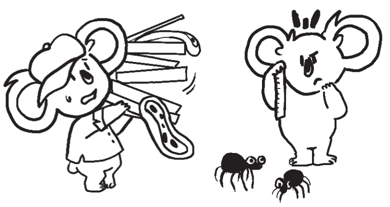
Kilka słów o historii konkursu KOALA

Magdalena Grudniak, V Liceum Ogólnokształcące w Poznaniu

Pomysł konkursu matematyczno-informatycznego KOALA pochodzi od Pawła Perekietki, nauczyciela V Liceum Ogólnokształcącego im. Klaudyny Potockiej w Poznaniu, absolwenta informatyki Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza. Ucząc przez kilka lat równolegle matematyki i informatyki, zaobserwował, że młodzież z pasją do matematyki, lubiąca zadania problemowe, rzadko wybierała naukę informatyki na poziomie rozszerzonym i w konsekwencji nigdy w szkole nie miała okazji zapoznać się z algorytmiką, która stanowi istotę informatyki.

Wśród bogatej oferty konkursów brakowało takiego, który miałby za cel popularyzować matematykę „komputerową". Jedynym wyjątkiem była Olimpiada Informatyczna, która jednak jest konkursem elitarnym i wymaga umiejętności programowania. Pojawiła się myśl: „Dobrze byłoby dać szansę utalentowanym uczniom i uczennicom gimnazjów na poznanie ciekawych zadań wymagających myślenia algorytmicznego i zaprezentowanie swoich pomysłów na forum oraz rywalizację." Tak rodził się drużynowy konkurs z pogranicza matematyki i informatyki, dający możliwość odkrywania związków matematyki i informatyki w inny, niekonwencjonalny sposób. Pomysł spotkał się z żywym zainteresowaniem pani Barbary Płotkowiak, dyrektor V Liceum Ogólnokształcącego. Do zespołu organizacyjnego dołączyli inni nauczyciele. Wśród nich była pisząca te słowa.

Od I edycji konkursu przepiękne rysunki do zadań przygotowuje Hanna Kuik. Rozpoczynała jako uczennica klasy informatycznej, a dziś kontynuuje to jako studentka informatyki. Kilka rysunków przygotowała specjalnie do tego biuletynu. Poniżej znajdują się przykłady rysunków wykonanych cztery lata temu.



W edycji 2013/2014 wiele zadań było adaptacjami zadań konkursu Australian Informatics Competition, później korzystano również z innych źródeł oraz pojawiły się zadania autorskie.

Od początku konkurs merytorycznie wspiera dr Łukasz Nitschke, informatyk, a od 2015 r. również dr hab. Małgorzata Bednarska-Bzdęga z Zakładu Matematyki Dyskretnej Wydziału Matematyki i Informatyki UAM w Poznaniu. Również inni pracownicy WMiI UAM pomagali merytorycznie w konkursie. Na Wydziale przez dwa lata regularnie co 6 – 7 tygodni były organizowane tzw. kółka KOALA dla nauczycieli.

Autorem kilku zadań konkursowych jest też dr inż. Andrzej P. Urbański z Wydziału Informatyki Politechniki Poznańskiej, który jest absolwentem V Liceum Ogólnokształcącego.

I edycję konkursu zorganizowaliśmy dla szkół gimnazjalnych z rejonu Poznania i powiatu poznańskiego. Przeprowadziliśmy wówczas trzy etapy. Pierwszy przebiegał on-line: drużyna rozwiązywała zestaw zadań w szkole i przesyłała odpowiedzi poprzez formularz internetowy. Drugi i trzeci etap odbyły się na terenie V LO. Bezpośrednia rywalizacja miała formę znaną z meczów matematycznych.

W kolejnych edycjach mogli uczestniczyć już uczniowie z całej Wielkopolski, również ze szkół ponadgimnazjalnych.

Konkurs ma własną stronę internetową. Zamieszczamy na niej zadania. Naszym celem jest, aby strona była źródłem cennych informacji merytorycznych i metodycznych.

Liczba drużyn uczestniczących w konkursie z roku na rok się zwiększa. W styczniu 2018 r. rozpocznie się już jego V edycja. Przeprowadzimy ją w dwóch wersjach: dla uczniów szkół ponadgimnazjalnych (licea i technika) oraz dla uczniów VII klas szkół podstawowych i oddziałów gimnazjalnych różnych szkół.

W porównaniu z edycją 2013/2014 zmieniła się forma kolejnych etapów konkursu. Obecnie pierwszy etap ma formę ligi zadaniowej: drużyny, składające się z trzech lub czterech zawodników, przez trzy tygodnie rozwiązują w domu trzy serie zadań i systematycznie poprzez stronę internetową przesyłają odpowiedzi do organizatorów. Drugi etap polega na rozwiązywaniu przygotowanego przez organizatorów zestawu zadań w określonym czasie i wyznaczonym miejscu (do tej pory był to budynek V Liceum Ogólnokształcącego). Trzeci etap ma nadal formę meczu matematycznego. Mecz finałowy szkół ponadgimnazjalnych jest rozgrywany na terenie WMiI UAM, a finał wersji gimnazjalnej – na terenie V Liceum w Poznaniu.

wersja gimnazjalna		
	zwycięzca	**pozostali finaliści**
2013/2014	Gimnazjum nr 40 w Poznaniu	Społeczne Gimnazjum nr 1 w Poznaniu
		Gimnazjum nr 58 w Poznaniu
2014/2015	Gimnazjum nr 58 w Poznaniu	Społeczne Gimnazjum nr 1 w Poznaniu
		Gimnazjum nr 23 w Poznaniu
2015/2016	Prywatne Gimnazjum nr 1 w Biedrusku	Gimnazjum Dwujęzyczne im. Dąbrówki w Poznaniu
		Gimnazjum nr 58 w Poznaniu
2016/2017	Gimnazjum Dwujęzyczne im. Dąbrówki w Poznaniu	Gimnazjum w Zespole Szkół nr 1 w Szamotułach
		Gimnazjum nr 58 w Poznaniu

wersja ponadgimnazjalna		
	zwycięzca	**pozostali finaliści**
2014/2015	VIII Liceum Ogólnokształcące w Poznaniu	XVI Liceum Ogólnokształcące w Poznaniu
		V Liceum Ogólnokształcące w Poznaniu
201/2016	VIII Liceum Ogólnokształcące w Poznaniu	III Liceum Ogólnokształcące w Poznaniu
		VIII Liceum Ogólnokształcące w Poznaniu (druga drużyna)
2016/2017	VIII Liceum Ogólnokształcące w Poznaniu	XVI Liceum Ogólnokształcące w Poznaniu
		VI Liceum Ogólnokształcące w Poznaniu

Polya o rozwiązywaniu zadań

– Bardzo ważne w życiu jest umieć przewidywać (ang. to guess). To jest też bardzo ważne w matematyce. Również w matematyce dowodzi się. Tylko to ma wartość, co udowodnione.

Gdzie tu jest miejsce na odgadywanie? Otóż jest! W matematyce, gdy coś jest ukończone, kompletne, to składa się z dowodów. Odkrywanie zaś zawsze zaczyna się od formułowania przypuszczeń!

Chciałbym, aby Państwo mieli okazję konkretnie przekonać się, co to znaczy. Dlatego to nie będzie wykład. To będzie zabawa w grę domysłów: zdobyć wyobrażenie o tym, czym są uzasadnione domysły, domniemania.

Nie chodzi o dzikie odgadywanie... Im mniej wiemy, tym łatwiej zgadywać. Przemyślane domniemania to coś innego. Lekcja matematyki jest dobrą okazją do tego, by się tego uczyć. Zaczniemy naszą grę domysłów.

Oczywiście domniemanie może być błędne. To jest część sztuki odkrywania. Nawet błędna odpowiedź jest pomocna. Błędna odpowiedź prowadzi do lepszej odpowiedzi, potem do jeszcze lepszej, aż w końcu dochodzimy do prawdy. (...)

Dam Państwu problem do rozwiązania. To będzie problem z geometrii przestrzennej. Nie trzeba wiele wiedzieć. Każdy wie, co to jest płaszczyzna. Płaszczyzna to coś bardzo płaskiego. (...) Jest płaska i nieograniczona. W moim zadaniu pojawi się kilka płaszczyzn. Dokładnie, będzie ich pięć.

Proszę wyobrazić sobie pięć płaszczyzn w przestrzeni. (...) Te pięć płaszczyzn dzieli przestrzeń na wiele części... podziałów, obszarów... Można je określać różnymi słowami.

Powstaje pytanie: Na ile części? Tak brzmi moje pytanie. Prawie... Coś trzeba będzie dopowiedzieć. Ale poczekam, aż Państwo sami się zorientują, o co chodzi.

Proszę wyobrazić sobie wielki kawałek sera. Sera, który Państwo lubią. Może zielonego, może szwajcarskiego, jakiegokolwiek, jaki Państwo lubią. Następnie tniemy go: raz, dwa, trzy, cztery, pięć. Nóż jest bardzo ostry. Jest wiele kawałków. Powstaje pytanie: Jak wiele kawałków?

Kto z Państwa jest gotowy, by zaproponować odpowiedź? Proszę, śmiało... Tak, proszę powiedzieć.

– 25?

Film o heurystycznym rozwiązywaniu zadań z zajęć, które prowadził prof. Polya, można znaleźć tutaj: goo.gl/F65exK.

O rozwiązywaniu i ocenianiu zadań w konkursie KOALA

Paweł Perekietka, V Liceum Ogólnokształcące w Poznaniu

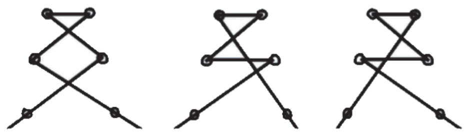
Etap pierwszy konkursu KOALA ma postać ligi zadaniowej, trwającej trzy tygodnie i składa się z trzech serii zadań. Drużyna, składająca się z trzech lub czterech osób, może rozwiązywać zadania w domu. W każdym tygodniu wyznaczony jest termin (dzień i godzina) przesyłania odpowiedzi do zadań. Odpowiedź ma postać liczby, ciągu liczb lub znaków tekstu. Sprawą honoru jest przesyłanie przez drużynę odpowiedzi tylko do tych zadań, dla których rozwiązujący mają odpowiedź przemyślaną, popartą uzasadnionym domniemaniem. Zapis takiego rozwiązania należy przekazać szkolnemu opiekunowi konkursu. Na tym etapie poprawność rozwiązania nie jest weryfikowana przez organizatorów.

Inaczej jest w etapie drugim (półfinale) i finale konkursu. Wówczas zapis rozwiązania zadania jest oceniany holistycznie (całościowo) w skali od 0 do 10 punktów. Warunkiem koniecznym uzyskania pełnej liczby punktów jest przedstawienie uzasadnienia poprawności rozwiązania. Nie jest to warunek wystarczający: lepsze są rozwiązania zwięzłe (co w zadaniach z algorytmiki oznacza zastosowanie bardziej efektywnej metody) i takie, w których zastosowano elementarne narzędzia matematyczne; ważna jest też dbałość o poprawność językową. Szczegółowe informacje na temat zasad oceniania w drugim i trzecim etapie konkursu można znaleźć na stronie internetowej konkursu.

Co to znaczy rozwiązać zadanie?

Dla przykładu posłużmy się zadaniem o sznurowadłach z edycji 2015/2016.

Są trzy poprawne sposoby sznurowania butów z trzema rzędami dziurek:



Jak rozumieć poprawne sznurowanie?

1. Sznurowadło należy przewlekać naprzemiennie, tzn. sznurowadło przechodzi raz przez prawą, raz przez lewą dziurkę. Możemy przyjąć, że sznurowanie zaczynamy zawsze od pierwszej (najbliższej łydki) dziurki buta po lewej.
2. Kolejna dziurka, przez którą przewlekasz sznurowadło w kierunku czubka buta, nie może być dalej od czubka niż poprzednia. Kolejna dziurka, przez którą przewlekasz sznurowadło w kierunku odwrotnym, nie może być bliżej czubka niż poprzednia.
3. Sznurowadło musi być przewleczone przez każdą dziurkę

Ile jest poprawnych sposobów sznurowania dla butów z czterema rzędami dziurek? Odpowiedź uzasadnij.

Dla analizy przypadku czterech par dziurek warto narysować kilka poprawnych sznurowań i szukać jakiejś prawidłowości. Jej zastosowanie pozwoliłoby tworzyć kolejne rysunki w sposób uporządkowany (tak, by mieć pewność, że rozpatrzono wszystkie sznurowania). Wcale nie jest konieczne tworzenie wszystkich rysunków.

Oto przykład rozumowania, które zawiera przekonujące uzasadnienie:

W czasie przewlekania sznurowadła w kierunku czubka buta nie ma możliwości wyboru lewej lub prawej dziurki tylko w przypadku pierwszej pary dziurek (trzeba przewlekać od lewej) i ostatniej pary dziurek (trzeba przewlekać przez obie dziurki). Dla innych rzędów dziurek mamy trzy możliwości do wyboru: 1. omijamy rząd dziurek, 2. przewlekamy przez jedną dziurkę, 3. przewlekamy przez dwie dziurki. W „drodze powrotnej” nie mamy żadnego wyboru – jest tylko jedna możliwość przewlekania sznurowadła. Stąd wniosek: w przypadku butów z czterema rzędami dziurek mamy $3 \cdot 3 = 9$ możliwości sznurowania.

Uwaga 1: Narysowanie dziewięciu różnych rysunków ilustrujących poprawne sznurowania dla przypadku czterech par dziurek nie jest pełnym rozwiązaniem zadania. Jest wyłącznie uzasadnieniem, że rozwiązań jest co najmniej dziewięć. W konkursie oceniano to na 5 pkt.

Uwaga 2: Innym sposobem uzasadnienia jest narysowanie „drzewa wszystkich możliwości”, które będzie ilustrować proces tzw. wyczerpującego przeszukiwania (ang. brute-force). W przypadku wielu zadań taki sposób rozwiązywania jest jednak bardzo nieefektywny.

Przykłady zadań

Na kolejnych stronach biuletynu znajdą Państwo przykłady zadań, wraz z rozwiązaniami (z jednym wyjątkiem). Większość z nich to zadania, które okazały się średniej trudności lub trudne. Do takich należą zwykle zadania optymalizacyjne.

Na stronie internetowej konkursu znaleźć można znacznie więcej zadań (wraz z odpowiedziami). Wśród nich znajdują się też zadania stosunkowo proste.

Należy tu zaznaczyć, że w pierwszym etapie konkursu zadania są różnej trudności: od łatwych do bardzo trudnych. Po pierwsze chodzi nam o to, aby udział w konkursie nie wymagał o wiele więcej niż pasji do rozwiązywania łamigłówek logicznych. Po drugie – wyniki zmagań drużyn muszą być zróżnicowane, aby można było wskazać kilkanaście najlepszych, które później uczestniczą w zawodach półfinałowych.

Organizatorzy konkursu są przekonani, że należy się do niego przygotowywać się do przez aktywną pracę i samodzielne rozwiązywanie zadań. Chcielibyśmy w tym miejscu podkreślić, że nieporozumieniem byłoby uczyć się rozwiązań zadań z biuletynu „na pamięć". Chodzi o to, aby „wyłowić" z tych rozwiązań istotę rzeczy, czyli metodę.

Gdzie nauczyciel może szukać wskazówek metodycznych do pracy z młodzieżą zainteresowaną udziałem w konkursie?

Polecamy książki na temat heurystycznego (przez odkrywanie) rozwiązywania zadań, w tym klasyczne George'a Polyi: „Jak to rozwiązać?" i „Odkrycie matematyczne". Poza tym są publikacje z serii *Laboratorium twórczości*, wydawane przez Akademię Pedagogiki Specjalnej w Warszawie. Wśród nich: Andrzej Góralski „G. Polya. Pedagogika mistrzostwa, czyli o relacji uczeń – mistrz i jej regułach".

źródło: http://www.amt.edu.au/biogpolya.html

Bardzo przydatne mogą być niektóre rozdziały książki „Nauczanie łamigłówkowe" (autorzy: Zbigniew Michalewicz, Matthew Michalewicz), wydanej przez Polsko-Japońską Akademię Technik Komputerowych w Warszawie.

Głodna żaba (I etap 2015/2016)

Głodna żaba siedzi nad strumieniem i zamierza przeskoczyć na drugi brzeg po liściach nenufarów, skacząc zawsze w kierunku drugiego brzegu i lądując po każdym skoku albo na nenufarze, albo na drugim brzegu. Po drodze żaba zjada muchy. Na rysunku poniżej widzimy liście, z przyporządkowanymi im liczbami.

W każdym skoku żaba może albo przeskoczyć na sąsiedni nenufar, albo przeskoczyć nad jednym nenufarem. Jeżeli przeskakuje na sąsiedni nenufar, liczba na docelowym nenufarze oznacza liczbę zjedzonych w czasie tego skoku much. Jeżeli przeskakuje nad nenufarem, zjada podwojoną liczbę much, napisaną na nenufarze docelowym. Jaka jest największa liczba much, jaką może zjeść żaba? Ile skoków wtedy wykona?

Przykładowo, gdyby nenufary były trzy i miały przyporządkowane liczby kolejno: 4, 2 i 3, to żaba skacząc zawsze na sąsiedni nenufar, zjadałaby 9 much i robiłaby cztery skoki. Z kolei, skacząc na pierwszy, a potem na trzeci nenufar (przeskakując nad drugim nenufarem), żaba zjadałaby 10 much, a skoki wykonywałaby trzy (wliczamy skok na drugi brzeg).

Rozwiązanie. Uzasadnimy, że żaba zje 70 much i wykona 9 skoków. Zastosujemy metodę analizy wstecz (zwaną też programowaniem dynamicznym).

Budujemy tabelkę, w której liczby w pierwszym wierszu odpowiadają liczbom na kolejnych liściach nenufaru:

miejsce startu	brzeg1													brzeg2
ile max much														
ile skoków														

Tabelkę wypełniamy od końca. Pod liczbą w każdym nenufarze piszemy, ile żaba zjadłaby much, gdyby podróż zaczynała z tego liścia i ile by wtedy wykonała skoków. Zilustrujmy proces wypełniania tabelki przykładem. Załóżmy, że mamy wypełnione ostatnich sześć kolumn:

miejsce startu	brzeg1	2	3	5	3	4	6	4	5	8	5	6	9	brzeg2
ile max much									31	23	18	9	0	0
ile skoków									4	3	2	2	1	0

Zastanówmy się, co wpisać pod liściem z liczbą 4. Wyobrażamy sobie, że żaba siedzi na tym liściu. Jeśli żaba skoczy na sąsiedni liść, zgodnie z regułami opisanymi w zadaniu zje $5 + 31 = 36$ much i wykona $1 + 4$ skoki. Jeśli żaba przeskoczy nad sąsiednim liściem, dostanie $2 \cdot 8 + 23 = 39$ much i wykona $1 + 3$ skoki. Wybieramy drugi przypadek (więcej much). Wpisujemy w rubryce „ile max much" liczbę 39 a w rubrykę „ile skoków" wpisujemy 4. Uzupełniamy tabelkę, a odpowiedź odczytujemy w kolumnie „brzeg1".

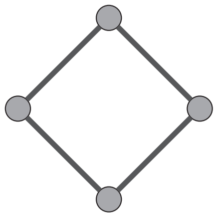
miejsce startu	brzeg1	2	3	5	3	4	6	4	5	8	5	6	9	brzeg2
ile max much	70	68	63	58	55	49	43	39	31	23	18	9	0	0
ile skoków	9	8	8	7	6	6	5	4	4	3	2	2	1	0

Opracowała Małgorzata Bednarska-Bzdęga.

Sieć odporna na atak (II etap 2016/2017)

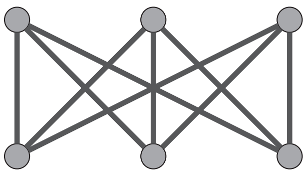
W sieci proteinowej jest kilka protein. Między niektórymi z nich są bezpośrednie połączenia. Sieć nazywamy siecią silnych powiązań, jeżeli każde dwie proteiny są ze sobą połączone bezpośrednio lub za pośrednictwem tylko jednej proteiny. Mówimy, że sieć jest odporna na atak, jeżeli po wycięciu dowolnej proteiny sieć pozostaje siecią silnych powiązań.

Na przykład: przedstawiona na rysunku sieć czterech protein jest odporna na atak, bo po usunięciu dowolnej proteiny pozostałe tworzą sieć silnych powiązań.

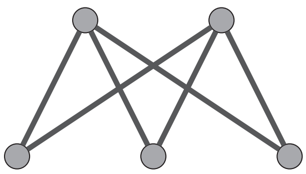


Załóżmy, że chcemy zbudować odporną na atak sieć sześciu protein, w których każda proteina ma połączenie bezpośrednie z co najwyżej trzema innymi. Czy jest to możliwe? Jeżeli nie, to uzasadnij dlaczego. Jeżeli tak, to:
– Podaj przykład takiej sieci, z jak najmniejszą liczbą połączeń bezpośrednich między proteinami i uzasadnij, że twoja sieć jest odporna na atak.
– Uzasadnij, że nie istnieje sieć spełniająca wszystkie podane w zadaniu warunki, z mniejszą niż twoja liczbą połączeń bezpośrednich.

Rozwiązanie. Tak, jest to możliwe i na rysunku podany jest przykład sieci sześciu protein, z 9 bezpośrednimi połączeniami (krawędziami), która spełnia wszystkie wymagania: widać, że każda proteina ma połącznie z co najwyżej trzema innymi, a ponadto sieć jest odporna na atak.



Aby uzasadnić odporność tej sieci na atak, ze wzgledu na symetrię układu wystarczy sprawdzić, co się dzieje po usunięciu wierzchołka pierwszego z brzegu. Powstaje wtedy poniższa sieć, w której łatwo sprawdzić, że każda proteina łączy się z każdą inną za pomocą co najwyżej dwóch krawędzi.

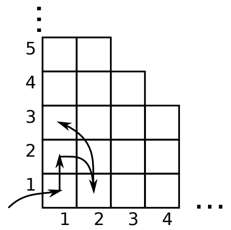


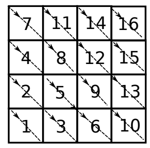
Uzasadnimy teraz, że nie istnieje sieć spełniająca wszystkie podane w zadaniu warunki, z mniejszą niż 9 liczbą krawędzi. Załóżmy nie wprost, że taka sieć istnieje i ma co najwyżej 8 krawędzi. W takiej sieci istnieje proteina x połączona z co najwyżej dwiema innymi (gdyby każda proteina była połączona krawędzią z trzema innymi, to krawędzi w sieci byłoby $6 \cdot 3/2 = 9$). Oznaczmy przez u i v proteiny połączone krawędzią z x. Po wycięciu u, proteina x ma połaczenie bezpośrednie z v, a za pośrednictwem v łączy się z nie więcej niż dwiema proteinami. Czyli x z przynajmniej jedną proteiną nie łączy się ani bezpośrednio, ani za pomocą v. Sieć jest zatem nieodporna na atak. Jest to sprzeczne z naszymi założeniami.

Opracowała Małgorzata Bednarska-Bzdęga.

Pchła (II etap 2016/2017)

Pchła Zenobia ma szachownicę 100×100, na której codziennie trenuje skoki. Dzisiaj wymyśliła takie reguły treningu: najpierw wskakuje na lewy dolny róg, a potem porusza się po polach kolejnych przekątnych, od góry każdej przekątnej po skosie w dół. Na rysunku pierwszym narysowano fragment szachownicy z kolejnymi skokami pchły. Na rysunku drugim ponumerowano pola w takiej kolejności, w jakiej skakałaby na nie pchła, gdyby trenowała na szachownicy 4×4.





Załóżmy, że każde pole ma dwie współrzędne (i, j), zmieniające się od 1 do 100, w sposób jak na pierwszym rysunku. Na przykład po 8 skokach Zenobia wyląduje na polu o współrzędnych $(2, 3)$. Podaj współrzędne pola, na którym pchła znajdzie się po wykonaniu 6062 skoków. Odpowiedź uzasadnij.

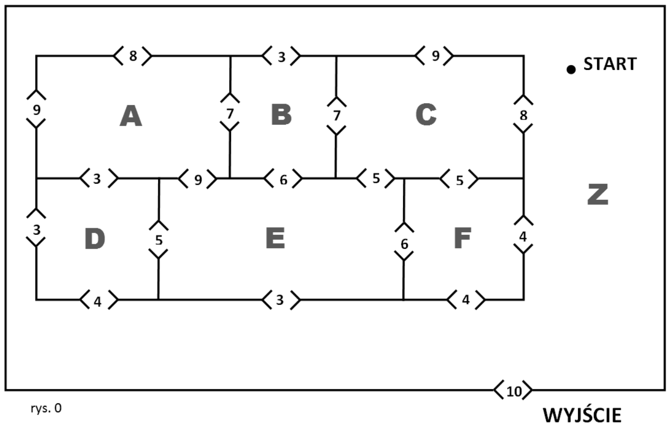
Rozwiązanie. Uzasadnimy, że pchła wyląduje na polu o współrzędnych $(34, 78)$. Wszystkich pól jest 100×100, więc pchła nie odwiedzi $10000 - 6062 = 3938$ pól. Wystarczy zatem wyobrazić sobie, że pchła skacze „od końca”, czyli zaczynając od prawego górnego rogu (pokonując przekątne na skos w kierunku do góry) i zbadać, na którym polu wyląduje po $3938 + 1$ skokach. Sprawdzamy bezpośrednimi rachunkami, że $1 + 2 + \ldots + 88 = 3872 < 3939 < 4005 = 1 + 2 + \ldots + 89$, zatem szukane pole leży na przekątnej nr 89, licząc od końca. Na przekątną nr 89, na pole $(100, 100 - 88) = (100, 12)$ pchła wskakuje w skoku numer 3873. Po pozostałych $3939 - 3873 = 66$ skokach ląduje na polu $(100 - 66, 12 + 66) = (34, 78)$ i to jest szukane pole.

Uwaga: Dzięki „liczeniu od końca” omijamy małą niedogodność rachunkową, jaką sprawia fakt, że liczby pól na przekątnych najpierw rosną (do przekątnej nr 100), a potem maleją. Wnioskowanie „wstecz” (and. backward chaining) jest przykładem rozumowania stosowanym stosunkowo często w algorytmicznym rozwiązywaniu problemów.

Na podstawie rozwiązania drużyny gimnazjalistów „Pelargonie Pelikana” opracowała Małgorzata Bednarska-Bzdęga.

Labirynt (finał ponadgimnazjalny 2016/2017)

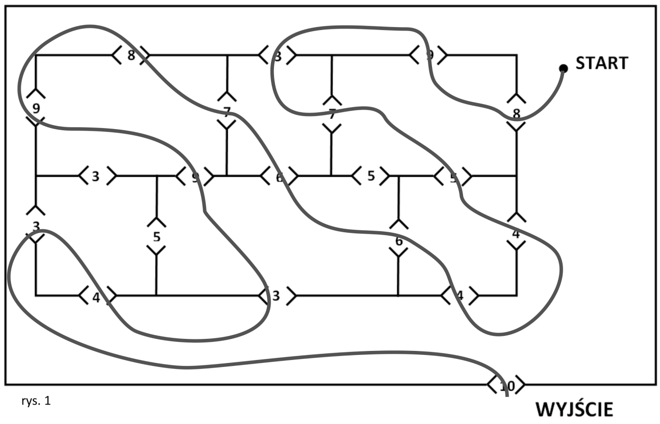
Rysunek przedstawia plan labiryntu.



rys. 0

Ile najwięcej punktów może otrzymać koala za wyjście z labiryntu, jeśli wiadomo, że za przejście przez każdą z bramek otrzymuje określoną liczbę punktów?
Punkty zawodnik otrzymuje za przejście przez bramkę. Bramka, przez którą zawodnik raz przeszedł, zamyka się i nie jest możliwe przejście przez nią kolejny raz.

Rozwiązanie. Zacznijmy od pokazania przykładowej drogi, dla której suma uzyskanych punktów jest równa 105.



rys. 1

Uzasadnimy, że więcej punktów zdobyć nie można, tzn. zawsze stracimy co najmniej 13 punktów. Zacznijmy od następującej obserwacji. Przejście przez każdą bramkę graniczącą z pewnym pomieszczeniem powoduje zmianę stanu względem tego pomieszczenia. Oznacza to po prostu, że jeśli jesteśmy wewnątrz i użyjemy bramki, to znajdziemy się na zewnątrz, a kiedy jesteśmy na zewnątrz, to po wykorzystaniu bramki znajdziemy się wewnątrz komnaty. Dla komnat A, B, C, D, E, F końcowym rezultatem musi być znalezienie się na zewnątrz każdej z nich. Na początku także znajdujemy się na zewnątrz każdej z nich (A, B, C, D, E, F). Zatem liczba drzwi, przez które przejdziemy w każdej komnacie musi być parzysta (liczba drzwi wejściowych = liczba drzwi wyjściowych). Na starcie znajdujemy się wewnątrz komnaty Z, zatem aby znaleźć się na zewnątrz niej (dojść do wyjścia), musimy zmienić jej stan nieparzystą liczbę razy.

Aby zebrać jak najwięcej punktów, chcielibyśmy przejść przez wszystkie drzwi. Jednak komnaty A i C mają nieparzystą liczbę drzwi, co powoduje, że nie możemy przejść przez wszystkie bramki. Zatem z naszego rozwiązania będziemy usuwać pewne bramki, starając się, aby suma punktów w usuniętych bramkach była jak najmniejsza. Z każdej z komnat A, C musimy usunąć nieparzystą liczbę bramek, a z każdej z komnat B, D, E, F, Z musimy usunąć parzystą liczbę bramek (być może zero).

Od razu można zauważyć, że należy usunąć co najmniej dwie bramki (po jednej z A i C, gdyż nie mają bramki wspólnej). Rozważmy teraz przypadki, w których usuwamy dokładnie dwie bramki. Usuwając bramki w A i C, musimy pilnować, by w pozostałych komnatach nie zmienić parzystości liczby bramek. Aby to się udało, można usuwać tylko pary bramek o następujących wartościach: $(8,9)$, $(7,7)$, $(9,9)$, $(8,8)$, $(9,5)$, $(9,8)$. Wtedy minimalna liczba punktów, które stracimy, wynosi 14.

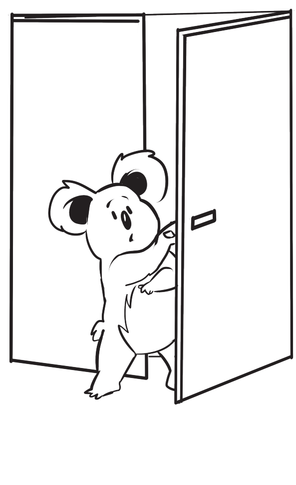
Można zauważyć, że w całym labiryncie są dokładnie cztery bramki o wartościach 3 i nie ma bramek o mniejszych wartościach. Zatem przy usunięciu czterech bramek stracilibyśmy przynajmniej 12 punktów. Jednak po usunięciu tych bramek będą komnaty z nieparzystą liczbą bramek. Zatem dla 4 (i – jak łatwo sprawdzić – dla większej liczby) bramek minimalna suma pominiętych punktów nie może być mniejsza od 13.

Rozważmy rozwiązania, które usuwają dokładnie trzy bramki. Zauważmy, że, jeśli usuniemy bramkę z komnaty A o wartości większej niż 3 i najmniejszą możliwą bramkę z komnaty C i uzupełnimy rozwiązanie trzecią bramką (o wartości co najmniej 3), to usuniemy co najmniej $7+5+3=15$ punktów. Przeanalizujmy zatem sytuację, gdy z komnaty A wybieramy bramkę o wartości 3. Analogicznie z komnaty C możemy wybierać tylko bramki o wartościach nie większych od 7 (ponieważ $3+8+3=14$, a interesują nas tylko sumy mniejsze od 14). Rozważmy trzy przypadki (w każdym usuwamy bramkę o wartości 3 z pomieszczenia A):

- Z komnaty C usuwamy 7. Musimy zachować teraz parzystość komnat B i D, ale nie istnieje bramka wspólna dla tych komnat, więc w tym przypadku nie możemy usunąć tylko trzech bramek. Sprzeczność.
- Z komnaty C usuwamy prawą bramkę o wartości 5. Musimy zachować parzystość komnat D i F, ale nie istnieje bramka wspólna dla tych komnat, więc także w tym przypadku musielibyśmy usunąć więcej niż trzy bramki. Sprzeczność.
- Z komnaty C usuwamy lewą bramkę o wartości 5. Musimy zachować parzystość komnat D i E. Jedyną wspólną ich bramką jest ta o wartości 5. Wówczas otrzymujemy rozwiązanie, w którym tracimy $3+5+5=13$ punktów.

Podsumowując, jeśli usuniemy dwie bramki, stracimy co najmniej 14 punktów. Usuwając co najmniej trzy bramki, tracimy co najmniej 13 punktów. Zatem rozwiązanie, w którym usuwamy trzy bramki i tracimy 13 punktów jest rozwiązaniem optymalnym.

Kacper Korban i Kamil Piechowiak z drużyny „Tapczany"
(obecnie studenci I roku informatyki w Krakowie i Poznaniu)



Zakupy Jasia (I etap 2015/2016)

Janek dostał od rodziców 200 zł na zakup podręczników, przy czym wszystko, co zaoszczędzi, miało być dla niego. Postanowił więc zrobić zakupy przez Internet. Okazało się, że w każdym z 10 sklepów internetowych cena jest nieco inna.

język polski	13	19	16	19	19	18	17	16	15	14
matematyka	18	13	17	14	15	16	15	17	18	17
j. angielski	17	14	13	17	16	18	16	17	18	17
historia	19	18	17	13	16	15	15	16	17	14
plastyka	16	14	17	18	13	16	15	16	17	16
geografia	17	17	16	14	15	13	16	17	18	16
biologia	17	14	16	17	15	16	13	18	19	17
fizyka	17	16	15	14	17	16	15	13	15	15
chemia	15	15	16	18	17	15	16	15	13	14
muzyka	16	14	16	18	17	17	15	16	18	13

Janek próbował najpierw kupić wszystkie podręczniki w jednym sklepie, ale wszędzie było na tyle drogo, że niewiele mógł zaoszczędzić. Próbował więc kupować każdy z podręczników w najtańszym dla niego sklepie, ale to powodowało, że każdy musiał kupować w innym i koszty dostawy (po 4 zł) doliczały się z każdego sklepu, a więc w rezultacie musiałby zapłacić $10 \cdot (13 + 4) = 170$. Wtedy postanowił spróbować podzielić zakupy na kilka paczek – każda z innego sklepu.

Pomóż Jankowi wybrać sklepy tak, by koszt zakupów książek był jak najmniejszy i by jak najwięcej zaoszczędził.

Optymalny zakup przez Internet

Andrzej P. Urbański, Instytut Informatyki, Politechnika Poznańska

Internet jest tworzony od 1969 roku, jednak zasadniczy zwrot w kierunku zastosowań komercyjnych nastąpił po opracowaniu ok. 1991 roku technologii stron internetowych WWW przez Barnesa T. Lee. Już w 1995 roku powstało wiele zastosowań komercyjnych rozwijanych po dziś dzień, w tym sklepy internetowe.

Dzięki zaadoptowaniu takich rozwiązań jak: koszyk na zakupy, konto klienta sklepu, katalog produktów, metody śledzenia przesyłek czy różne sposoby realizacji płatności, sklepy internetowe stały się wygodnym narzędziem do zaopatrywania się w najróżniejsze towary.

Często dopiero po zakupie klienci zastanawiają się czy na pewno ich zakup był racjonalny, a więc czy kupując w innym sklepie nie dostaliby podobnego towaru taniej. Rzeczywiście, wyszukiwanie sklepów w internecie nie jest trudne i łatwo porównać ich oferty. Jeszcze większym ułatwieniem są tzw. porównywarki cen, które dla towaru o zadanym symbolu wyszukują sklepy oferujące je najtaniej prezentując listę możliwych zakupów począwszy od najtańszego.

Jednak ci, którzy często kupują większy asortyment towarów naraz narzekają na dzisiejsze porównywarki. Są one bowiem nastawione na klientów kupujących jeden towar naraz. Dajmy więc na to, że dostaliśmy zadanie kupienia kilkunasu tytułów książkowych naraz. Gdybyśmy ślepo zawierzyli porównywarce wtedy każdy tytuł moglibyśmy kupować w innej księgarni internetowej. I cóż z tego, że w każdej byłby on najtańszy, skoro każda księgarnia do każdego tytułu książki doliczyłaby zryczałtowane koszty dostawy. Być może lepiej byłoby więc zdecydować się na jedną księgarnię i wszystkie tytuły kupić tylko w niej, wtedy koszty dostawy płacilibyśmy tylko raz. Jednak książki charakteryzuje duże wahanie cen pomiędzy różnymi księgarniami i nieprawdopodobne jest znalezienie jednej, która wszystkie tytuły miałaby najtaniej lub chociaż wystarczająco tanio by nie pokusić się o kupno chociaż części tytułów w innej księgarni. Najlepszym więc sposobem na tani zestaw książek będzie podzielenie zakupu na kilka części, dokonywanych w różnych księgarniach.

Jak wynika z powyższego istnieje zapotrzebowanie na nowej generacji porównywarki cen, które będą zdolne optymalnie podzielić prezentowany im koszyk zakupu towarów pomiędzy różne sklepy internetowe. Wyobraźmy sobie, jak taka porównywarka mogłaby działać. Przede wszystkim powinna mieć ona wirtualny katalog sklepowy powstały jako generalizacja katalogów wszystkich sklepów, które ma ta porównywarka obsługiwać. Przy towarach nie będzie więc jednej ceny towaru, ale ich zakres, jaki jest spotykany w tych sklepach.

Optymalizacja koszyka

Liczba sklepów: 14
Liczba produktów: 9

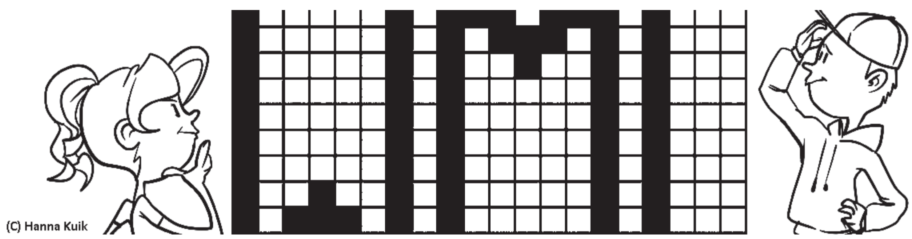
Rozwiazania z 2 sklepami o koszcie od 376 zł.
Rozwiazanie o koszcie **376** w **2** sklepach:**INTAK KOMPUTER**,**SKLEP 15**,
Rozwiazanie o koszcie **381** w **2** sklepach:**INTAK KOMPUTER**,**SKLEP 14**,
Rozwiazanie o koszcie **382** w **2** sklepach:**INTAK KOMPUTER**,**SKLEP 16**,
Rozwiazanie o koszcie **382** w **2** sklepach:**INTAK KOMPUTER**,**SKLEP 10**,
Rozwiazanie o koszcie **383** w **2** sklepach:**INTAK KOMPUTER**,**SKLEP 09**,
Rozwiazanie o koszcie **385** w **2** sklepach:**INTAK KOMPUTER**,**SKLEP 12**,
Rozwiazanie o koszcie **387** w **2** sklepach:**INTAK KOMPUTER**,**SKLEP 11**,
Rozwiazanie o koszcie **390** w **2** sklepach:**INTAK KOMPUTER**,**SKLEP 13**,
Rozwiazanie o koszcie **399** w **2** sklepach:**INTAK KOMPUTER**,**SKLEP 17**,
Rozwiazania z 1 sklepami o koszcie od 451 zł.
Liczba wygenerowanych zbiorów: 16383
Czas wykownywania skryptu: 2.13696 sek.

Klient obsługuje porównywarkę przeglądając ten katalog i zbierając w koszyku zamówień towary, które chciałby zakupić. Na koniec wciska przycisk „OPTYMALIZUJ", który tworzy zestawienia możliwych zakupów w różnych sklepach, prowadzące do możliwie najniższego łącznego kosztu zakupu towarów. Na początek klient dostaje zestawienie, jak kształtuje się minimalny koszt zakupu w zależności od liczby sklepów na jakie rozbija się zakup. Listę rozpoczyna rzeczywiście najtańszy zakup, lecz wymagający rozbicia zakupu na wiele sklepów, ekstremalnie nawet tyle, ile towarów chcemy kupić. Kolejne pozycje na liście to coraz mniejsza liczba sklepów na jednym skończywszy. Jeśli jesteśmy zainteresowani którymś z tych rozwiązań, to po kliknięciu rozwija się nam ono w kolejne grupy sklepów coraz drożej realizujących nasz zakup. Dzięki takiemu rozwiązaniu klient może narzucić też swoje preferencje na to, gdzie boi się lub nie lubi kupować, a gdzie robi to chętniej. Porównywarka po wyborze powinna mu przedstawić szczegółową instrukcję, gdzie co kupić. W dalszej przyszłości być może to porównywarka przejmie rolę interfejsu zakupowego i sama przekaże wybranym sklepom zamówienia klienta. Byłoby to z pewnością najwygodniejsze, lecz odbierałoby część autonomii sklepom.

Innym bardzo ciekawym zagadnieniem w konstrukcji takiej porównywarki nowej generacji byłoby opracowanie algorytmu wyznaczającego optymalny podział zakupu na różne sklepy. Okazuje się, że czas komputera potrzebny na wyznaczenie takiego rozwiązania rośnie w trudny do oszacowania sposób pod wpływem wzrostu liczbowych parametrów zadania (liczby sklepów, asortymentu towarów w ich ofercie i w koszyku klienta). Dlatego stosuje się algorytmy, które gwarantują zaledwie rozwiązania bliskie optymalnemu za to, dając pewność obsłużenia wielu klientów w trybie on-line. W praktyce jest to wystarczający kompromis, zapewniający dużą użyteczność oprogramowania.

Literatura: J. Blazewicz, M. Kovalyov, J. Musial, A. Urbanski and A. Wojciechowski, "Internet shopping optimization problem", International Journal of Applied Mathematics and Computer Science 20 (2), 385–390 (2010).

Poznański serwis miłośników książek „Lubimy czytać" wdraża rozwiązanie pod nazwą „Pakietowa sprzedaż książek" (http://lubimyczytac.pl/pakiety). W stosunku do optymalizacji koszyka zakupów ograniczenie polega na poszukiwaniu pojedynczej księgarni do zakupu całego zestawu książek, lecz jest krokiem naprzód w stosunku do porównywarki cen pojedynczych książek.



Pod adresem
http://bezkomputera.wmi.amu.edu.pl
znajdą Państwo informacje związane
z grantem Computer Science for High School
na rok szkolny 2017/2018,
przyznanym przez firmę Google
Uniwersytetowi im. Adama Mickiewicza
w Poznaniu.

Informatyka bez komputera

Głównym celem projektu „Informatyka bez komputera” jest przygotowanie „Przewodnika po informatyce”, będącego pomocą w uczeniu się informatyki w szkołach ponadpodstawowych. Mamy nadzieję, że będzie on również ciekawą lekturą dla nauczycieli szkół podstawowych. Przewodnik będzie tłumaczeniem zasobów projektu Computer Science Field Guide, tworzonego pod opieką prof. Tima Bella z Uniwersytetu Canterbury w Nowej Zelandii. Warto wspomnieć, że profesor już trzykrotnie odwiedził Poznań z wykładami dla nauczycieli.

Drugim celem projektu jest stworzenie nauczycielom okazji do spotkań i dyskusji oraz możliwości dzielenia się swoimi pomysłami na nauczanie i uczenie się informatyki.

Pierwsze spotkanie odbędzie się 3 listopada 2017 r. (piątek). Gościem specjalnym będzie dr Michal Armoni z Izraela, która od wielu lat zajmuje się dydaktyką informatyki.

Miejsce:
Wydział Matematyki i Informatyki UAM w Poznaniu (aula C)

Program konferencji:

- 14:30 – otwarcie konferencji, przedstawienie projektu,
- 14:45-15:30 – pokazowa lekcja informatyki (bez komputera),
- 15:30-16:15 – wykład prof. Tima Bella z Uniwersytetu w Christchurch, nagrany na potrzeby naszej konferencji,
- 16:15-17:00 – przerwa na kawę i kanapki,
- 17:00-18:15 – wykład dr Michal Armoni z Instytutu Weizmanna w Izraelu (z tłumaczeniem na polski),
- 18:15-19:00 – panel dyskusyjny.

Uczestnictwo w konferencji jest bezpłatne.

Informacje o projekcie „Informatyka bez komputera” będą dostępne na `http://bezkomputera.wmi.amu.edu.pl`

Na początek udostępniamy poprawione polskie tłumaczenia scenariuszy projektu Computer Science Unplugged.

Zadanie konkursowe

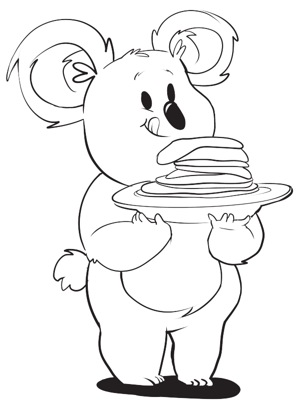
Naleśniki

Na stole są trzy talerze: biały, zielony i niebieski. Na talerzu białym leży stos n naleśników (jeden na drugim). Pozostałe talerze są puste. Naleśniki należy przenieść, wykonując jak najmniej ruchów, z talerza białego na talerz niebieski. Docelowo naleśniki powinny być ułożone w kolejności: od naleśnika największego (na spodzie stosu) do naleśnika najmniejszego (na wierzchu stosu).

Zakładamy, że:

- naleśniki są różnych rozmiarów: $1, 2, 3, \ldots, n$,
- są ułożone w losowej kolejności,
- naleśniki z talerza na talerz można przenosić tylko pojedynczo,
- w każdym ruchu mozna przenosić tylko naleśnik z wierzchu stosu i trzeba go położyć na wierzch stosu,
- naleśnik położony na talerz niebieski nie może już być z niego przenoszony.

Dla każdego n znajdź najbardziej pesymistyczny układ naleśników na białym talerzu, to jest taki, dla którego liczba operacji przenoszenia będzie największa.



Na rozwiązania (z uzasadnieniem) czekamy do końca listopada 2017 roku. Do wygrania upominki.
Rozwiązania należy przesyłać na adres:
V Liceum Ogólnokształcące im. Klaudyny Potockiej
ul. Zmartwychwstańców 10
61-501 Poznań
Na kopercie prosimy dopisać „Konkurs KOALA”.

Biuletyn KOALA został przygotowany przez zespół: Małgorzata Bednarska-Bzdęga, Donata Dębicka, Magdalena Grudniak, Agnieszka Kukla, Paweł Perekietka oraz Andrzej P. Urbański.

Skład komputerowy w systemie LaTeX przygotowali: Małgorzata Bednarska-Bzdęga i Paweł Perekietka. Rysunki wykonała Hanna Kuik.

Kontakt z redakcją: `koala@vlo.poznan.pl`

Zapraszamy do odwiedzenia strony internetowej `http://koala.vlo.poznan.pl`