



© Hanna Kuik

KONKURS MATEMATYCZNO-INFORMATYCZNY KOALA VI EDYCJA KONKURSU

FINAŁ DLA GIMNAZJÓW I SZKÓŁ PODSTAWOWYCH (KLASY 7 I 8)
22 MAJA 2019

Czas pracy to 120 minut. Powodzenia!

1. Pięć naleśników

Na stole są trzy talerze: biały, zielony i niebieski. Na talerzu białym leży 5 naleśników, jeden na drugim, tworząc stos. Pozostałe talerze są puste.

Naleśniki są oznaczone literami A, B, C, D i E. Na początku naleśniki są ułożone na białym talerzu w kolejności D (na spodzie stosu), E, B, C, A. Docelowo naleśniki na białym talerzu powinny być ułożone w kolejności A (na spodzie stosu), B, C, D, E.

Właściwą kolejność należy uzyskać przenosząc wybrane naleśniki, z użyciem drewnianej łopatkki, tymczasowo na talerze zielony albo niebieski.

Zakładamy, że:

- naleśniki można przenosić tylko z talerza białego na inny albo z innego talerza na talerz biały;
- z talerza białego na inny talerz można przenosić na raz dowolną liczbę naleśników ze stosu, tj. albo jeden naleśnik z wierzchołka stosu albo spójny fragment stosu (licząc od wierzchołka stosu);
- z talerza białego na inny talerz można przenosić naleśniki, tylko gdy ten inny talerz jest pusty;
- z talerza innego na talerz biały trzeba przenosić na raz wszystkie znajdujące się tam naleśniki;
- podczas przenoszenia naleśników nie wolno zmieniać ich kolejności, tj. nie wolno obracać całego stosu na łopatkę do góry nogami.

Jaka jest najmniejsza liczba operacji przenoszenia naleśników, która pozwoli uzyskać na talerzu białym stos naleśników w wymaganej kolejności? Odpowiedź uzasadnij. Nie zapomnij uzasadnić, że mniej operacji nie wystarczy.

2. Sportowcy

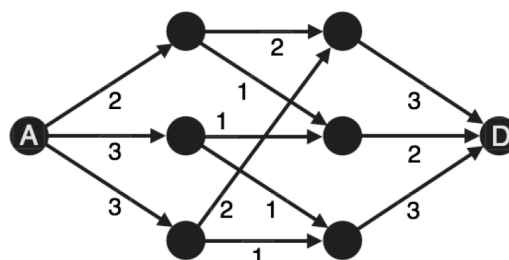
Każdy z uczniów uprawia inną dyscyplinę sportu.

Ała mówi: „Gram w szachy. Darek gra w piłkę nożną. Basia nie gra w siatkówkę.” Basia mówi: „Nie gram w brydża. Ala gra w szachy. Czarek nie gra w piłkę nożną.” Czarek mówi: „Gram w siatkówkę. Basia nie gra w tenisa. Darek nie gra w szachy.” Darek mówi: „Ela gra w siatkówkę. Basia gra w piłkę nożną. Czarek nie gra w tenisa.” Ela mówi: „Gram w piłkę nożną. Ala nie gra w brydża. Darek nie gra w tenisa.”

Każdy uczeń powiedział raz prawdę i dwa razy nieprawdę. Jaką dyscyplinę uprawia każdy z uczniów? Podaj przykładowe rozwiązanie.

3. Sieć kurierska

Na rysunku poniżej przedstawiono informację o sieci punktów przeładunkowych pewnej firmy kurierskiej obsługującej transport samochodowy między dwoma placówkami A i D.



Na rysunku podano informację o dostępnej liczbie samochodów kurierskich, które mogą wykonać zlecenie na konkretnym odcinku trasy. Każdy samochód porusza się tylko po jednym odcinku trasy, w kierunku zgodnym ze strzałką i może przewieźć tylko jedną przesyłkę. Jak pokazuje rysunek, po drodze między placówkami A i D przesyłki są przeładowywane zawsze dwa razy, niezależnie od trasy, jaką przesyłka jest przewożona.

Jaka jest największa możliwa liczba przesyłek, którą można przewieźć między placówkami A i D? Odpowiedź uzasadnij. Nie zapomnij wyjaśnić, dlaczego więcej przesyłek przewieźć nie można.

4. Rulony monet

Masz 20 rulonów po 50 monet. W 19 z nich znajdują się monety ważące po 1,0 grama, natomiast w jednym monety ważą po 1,1 grama. Masz wagę podającą dokładną masę. Jak znaleźć cięższy rulon monet, używając wagi tylko raz? Odpowiedź uzasadnij.

Uwaga: Możesz wyjmować monety z rulonów. Na wadze możesz położyć dowolną liczbę monet.

5. Gracze okrągłego stołu

Artur i Lancelot grają w następującą grę: gracze na przemian kładą na okrągłym stole o promieniu 1 m złotą monetę o średnicy 5 cm. Monety nie mogą nachodzić na siebie i muszą w całości mieścić się na stole. Przegrywa ten gracz, który nie może dołożyć kolejnej monety. Kto ma strategię wygrywającą i jaką?

Uwaga: Strategia wygrywająca to sposób gry, który gwarantuje wygraną po wszystkich odpowiedziach przeciwnika, nawet takiego, który nie robi błędów.

6. Butelki z sokiem

Na stole stoi 21 butelek identycznych rozmiarów: 7 pustych, 7 do połowy pełnych i 7 pełnych.

Jak rozdzielić wszystkie butelki między trzy osoby tak, aby każda osoba dostała taką samą ilość soku i taką samą liczbę butelek? Podaj wszystkie możliwości.

7. Ikar łapał raki

```

      I
    I K I
  I K A K I
I K A R A K I
I K A R L R A K I
I K A R L A L R A K I
I K A R L A P A L R A K I
I K A R L R A K I
  I K A R A K I
    I K A K I
      I K I
        I
```

Na ile sposobów na powyższej planszy można odczytać IKAR ŁAPĄŁ RAKI zgodnie z regułą, że odczytujemy literę za literą, w każdym kroku przechodząc na literę sąsiednią (w pionie lub poziomie)?

Uwaga: Na planszy zaznaczono przykład odczytu. Zauważ, że czytając, można wracać po tej samej drodze.

8. Koala Bit

Miś koala o imieniu Bit żywi się liśćmi eukaliptusa z tylko jednego drzewa. Drzewo to jest dość osobliwe, ponieważ liście, które nadają się do zjedzenia, mają długości 5 cm, 7 cm, 9 cm, 11 cm albo 13 cm. Takich liści jest bardzo dużo. Pozostałe liście nie nadają się do spożycia – przyczyn nie znamy.

Miś Bit posiłki zjada również w dość szczególny sposób. Otóż każdy posiłek Bity składa się dokładnie z trzech listków. Bit wymyślił również, że podczas jednego posiłku będzie zjadał trzy listki w ściśle określonej kolejności: każdy kolejny zjedzony liść jest nie krótszy od zjedzonego przed chwilą, albo każdy kolejny liść jest nie dłuższy od zjedzonego przed chwilą.

Kolejne posiłki mogą składać się z listków o następujących przykładowych długościach: (5,5,11) (11,11,11) (5,7,9) (13,9,9) (11,11,7) (9,13,13).

Ile różnych (biorąc pod uwagę kolejność i długość zjadanych liści) posiłków może skomponować miś Bit?

9. Szyfr Vigenere'a

Szyfr Vigenere'a [czytaj: *wizenera*] jest jednym z klasycznych wieloalfabetowych sposobów utajniania wiadomości. W metodzie tej stosujemy słowo kluczowe.

Proces szyfrowania przebiega w następujący sposób:

1. Dany jest alfabet jawny: A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z.
2. Ze słowa kluczowego usuwamy powtarzające się litery, np. ze słowa KOALA otrzymamy klucz KOAL.
3. Każdy znak klucza ustawia się na początku odpowiedniego alfabetu szyfrowego, który jest przesuniętym cyklicznie alfabetem jawnym. Np. alfabetem szyfrowym dla K będzie: K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J.
4. Szyfrujemy, zastępując kolejne litery wiadomości (tekstu jawnego) odpowiednimi znakami alfabetów szyfrowych, zachowując odpowiednią kolejność – pierwszą literę tekstu jawnego zastępujemy znakiem z pierwszego alfabetu szyfrowego, drugą – z drugiego, trzecią – z trzeciego i tak dalej cyklicznie.

Przykład: Wiadomość WITAMY zaszyfrowana z użyciem klucza KOAL, będzie miała postać GXTLWN. Litery W i M będą szyfrowane alfabetem szyfrowym dla K, litery I i Y – alfabetem szyfrowym dla O, litera T – alfabetem szyfrowym dla A, a litera A – alfabetem szyfrowym dla L.

Odszyfruj szyfrogram BRQTFZTXJPO, wiedząc, że słowo kluczowe to TELEFON.

10. Krasnoludek

Krasnoludek Alek rozpoczyna wędrówkę przez pustynię przy studni. Jego celem jest oaza. Droga od studni do oazy zajęłaby mu 8 dni, gdyby miał wody pod dostatkiem. Niestety bukłak krasnoludka pozwala na zaczerpnięcie ze studni zapasu wody, który wystarczy tylko na 4 dni wędrówki. Bez wody krasnoludek podróżować nie może. Sytuacja nie jest jednak beznadziejna, bo krasnoludek może pod koniec każdego dnia założyć na głowę magiczną czapkę, która pozwoli mu przenieść się z dowolnego miejsca trasy do dowolnego miejsca, w którym już był wcześniej. Za każdym razem przy studni Alek może napełnić bukłak.

Wiadomo, że dziesiątego i dwunastego dnia od chwili rozpoczęcia podróży krasnoludka będzie burza piaskowa. W te dni nie można wędrować, trzeba przeczekać burzę w jednym miejscu. W czasie dnia burzowego nie trzeba pić.

Przyjmij, że magiczna czapka nie ma swej mocy, gdy krasnoludek znajduje się przy studni.

Wyznacz najmniejszą liczbę dni, pozwalającą Alkowi dotrzeć do oazy. Uzasadnij, że mniej dni nie wystarczy.