



KONKURS MATEMATYCZNO-INFORMATYCZNY KOALA V EDYCJA KONKURSU

FINAL PONADGIMNAZJALNY
14 KWIECZNIA 2018

© Hanna Kuik

Czas na zadawanie pytań: do 9:45. Czas pracy to 120 minut. Powodzenia!

1. Finał

W finale turnieju szachowego grało pięć zawodniczek: Ada, Bogna, Wiesia, Gosia i Dorota. Każda rozegrała jedną partię z każdą przeciwniczką. Za każdą wygraną w turnieju dostaje się 1 punkt, za remis 0,5 punktu, za przegraną 0 punktów. Po finale okazało się, że:

- Każda dziewczyna zdobyła inną liczbę punktów.
- Gosia wygrała z szachistką, która jako jedyna pokonała Dorotę.
- Wiesia jako jedyna przegrała z tą, która jako jedyna przegrała z Adą.
- Zwycięzcy zdobyła więcej niż trzy punkty, ale mniej niż Gosia i Ada razem.
- Bogna zdobyła więcej punktów niż Ada.

Podaj przykładowe wyniki wszystkich partii.

Ile punktów zdobyła wicemistrzyni? Znajdź wszystkie możliwości.

2. Średnie

Sześciu uczniów pisało pięć sprawdzianów. Każdy otrzymał z każdego sprawdzianu jedną z ocen: 3, 4, 5, przy czym każdy dostał jakąś trójkę, jakąś czwórkę i jakąś piątkę. Każdy otrzymał inny zestaw pięciu ocen (w „zestawie” kolejność ocen nie ma znaczenia).

Adam zauważył, że średnia arytmetyczna jego ocen jest zarazem modą i medianą jego zestawu. Wszyscy, oprócz Bartka i Czesia, mają zestawy o medianie 4. Zestaw Czesia ma medianę wyższą od jego średniej. Podobnie medianę wyższą od średniej ma także Darek. Natomiast zestaw Emila ma medianę niższą od jego średniej. Jakie oceny otrzymał Filip?

3. Gra w 1025 liczb

Niezwykle cierpliwe koala i panda zapisały na wielkiej tablicy wszystkie 1025 liczb całkowitych od 0 do 1024. Grają w taką grę: W pierwszym kroku koala zmazuje 512 wybranych liczb, w drugim kroku panda zmazuje 256 wybranych liczb, potem koala zmazuje 128 liczb itd. W dziesiątym kroku panda zmazuje jedną liczbę i pozostają dwie liczby na tablicy. Koala chce, by bezwzględna różnica tych dwóch liczb była jak największa, a panda wręcz przeciwnie – stara się, by była jak najmniejsza. Zwierzaki są nie tylko cierpliwe, ale i bardzo sprytnie i nigdy nie popełniają błędów.

Jakim wynikiem skończy się gra? Przedstaw i przeanalizuj strategię sprytnego koala i sprytnego pandy.

4. Dziewięć punktów

Na płaszczyźnie wybrano dziewięć punktów tworzących kwadrat 3×3 . Ile spośród trójkątów o wierzchołkach w tych punktach ma przynajmniej jeden wierzchołek w którymś z czterech narożników?



5. Sieć komputerowa II

Masz 6 serwerów i 9 komputerów. Chcesz stworzyć bezpośrednie połączenia między komputerami a serwerami tak, by każda grupa 6 komputerów miała bezpośredni dostęp do 6 różnych serwerów (chodzi o to, by każdy komputer z tej szóstki mógł korzystać z innego serwera). Mógłbyś osiągnąć cel, łącząc każdy komputer z każdym serwerem, ale to wymagałoby aż 54 połączeń bezpośrednich.

Jaka jest najmniejsza liczba połączeń bezpośrednich, dzięki której osiągniesz cel? Podaj przykład takiej sieci i uzasadnij, że działa jak należy. Nie zapomnij uzasadnić, że mniejsza liczba połączeń nie wystarczy.

6. Zeszyt z ciągami

Magda dostała nietypowe instrukcje: Weź czysty zeszyt. Będziesz w nim zapisywać różne ciągi binarne. Dozwolone reguły wpisywania ciągów do zeszytu są takie:

- Na początku wpisz ciąg złożony z samego zera.
- Jeśli masz w zeszycie jakiś ciąg, możesz zapisać ten sam ciąg z dopisaną jedyneką na końcu.
- Jeśli masz w zeszycie jakiś ciąg zawierający trzy zera po rząd, możesz wpisać do zeszytu ten sam ciąg, ale z owymi trzema zerami zastąpionymi jedyneką.
- Jeśli masz w zeszycie jakiś ciąg zawierający trzy jedynki po rząd, możesz wpisać do zeszytu ten sam ciąg, ale z pominięciem owych trzech jedynek.
- Jeśli masz w zeszycie jakiś ciąg, możesz zapisać ciąg, który jest podwójną kopią tego ciągu.

Czy zgodnie z powyższymi regułami Magda może tak wpisywać ciągi do zeszytu, by jednym z wpisanych był ciąg 100100100?

Reguły (poza pierwszą) można stosować w dowolnej kolejności. Na przykład, zgodnie z powyższymi zasadami można wpisać do zeszytu kolejno: 0 (reguła A), 00 (reguła E), 0000 (reguła E), 10 (reguła C), 101 (reguła B), 1011 (reguła B), 10111011 (reguła E), 10011 (reguła D).

