



ORGANIZATOREM KONKURSU JEST V LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCE IM. KLAUDYNY POTOCKIEJ W POZNANIU.

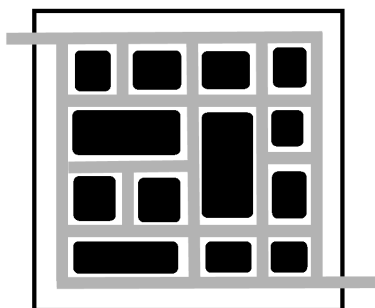
WSPARCIE MERYTORYCZNE I ORGANIZACYJNE: WYDZIAŁ MATEMATYKI I INFORMATYKI UAM I INSTYTUT INFORMATYKI PP

### Instrukcja

1. Czas na zadawanie pytań: do 9:45.
2. Rozwiązanie każdego zadania prosimy zapisać w języku polskim, **na innej kartce**.
3. Każdą kartkę rozwiązania prosimy podpisać nazwą drużyny.
4. Za rozwiązanie każdego zadania można otrzymać od 0 do 10 punktów. Odpowiedź bez uzasadnienia nie jest rozwiązaniem.
5. Czas pracy to 150 minut. Powodzenia!

### 1. Garden

Luke's daily run takes him through a garden. There are several paths through the garden, going from top left to bottom right. He always runs the shortest distance, but of course he never treads on the flowers. Luke likes variety. How many different routes could Luke take? In the picture you see the map of his garden (paths are gray, flower beds are black).



### 2. Zuchy

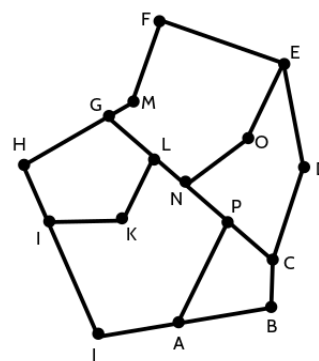
Na podstawie zapisów o obecnościach zuchów na zbiórkach w ostatnim tygodniu, druh Paweł ustalił, że:

- Zawsze gdy Adaś był nieobecny, obecny był Czarek.
- Zawsze gdy Basia była nieobecna, obecna była Dorotka.
- Basia była obecna wtedy i tylko wtedy, gdy Adaś był nieobecny.
- W czwartek Dorotka była nieobecna.

Czy w czwartek obecny był Czarek?

### 3. Sieć tramwajowa

Oto przebieg torów tramwajowych w pewnym mieście.



Zakładamy, że torry pozwalają na poruszanie się pojazdu w dowolnym kierunku i dowolne skręcanie na skrzyżowaniach. Władze postanowiły, że komunikacja tramwajowa musi spełniać takie warunki:

- Każda linia jest obsługiwana przez jeden tramwaj, a jej przystanki początkowy i końcowy znajdują się w dowolnych (niekoniecznie różnych) punktach oznaczonych literą.
- Trasa tramwaju danej linii nie powtarza żadnego odcinka torów, ale tramwaj może wielokrotnie przejeżdżać to samo skrzyżowanie.
- Każdy odcinek torów jest obsługiwany przez dokładnie jedną linię.

Jaka najmniejsza liczba linii spełnia przedstawione wyżej zasady? Opisz przebieg linii i nie zapomnij uzasadnić, że mniejsza liczba linii nie wystarczy.

Dozwołonym przebiegiem linii tramwajowej jest na przykład:  $N \rightarrow P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow P$ , a niedozwołonym:  $N \rightarrow P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow P \rightarrow N \rightarrow O$ , bo tramwaj przejeżdżałby odcinek NP dwa razy.

## 4. Największa suma

Oto ciąg liczb całkowitych:

1, 1, -2, 3, 1, 2, 1, -3, -2, -3, -1, -2, 1, -3, 3, 1, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 2, -1, -3, 3, 3, 2, -1, 2, 2, 2, 3, -3, 3, 2, 2, -1, -1, 3, -2, -1, 1, 1

Znajdź odcinek tego ciągu o największej sumie (wystarczy jeden taki odcinek). Pamiętaj, że im prostsza metoda, tym lepiej.

Przez odcinek rozumiemy dowolny ciąg złożony z kolejnych wyrazów podanego ciągu.

Na przykład: dla ciągu 2, 3, -8, -1, 0, 6, -2, 3, -1 jednym z odcinków o największej sumie jest 6, -2, 3.

## 5. Wyścigi konne

Na ile sposobów może skończyć się wyścig, w którym startują 4 konie? Zakładamy, że wszystkie konie dobiegną do mety i niektóre (nawet wszystkie) mogą wpaść na metę jednocześnie.

Na przykład: dla dwóch koni wyścig mógłby się skończyć na trzy sposoby: koń A pierwszy, a koń B drugi; koń B pierwszy, a koń A drugi; oba konie razem na metę.

## 6. Koala na diecie

Koala przejadł się. Lekarz przepisał mu 120 dag liści banksji i polecił przez kolejne tygodnie, w soboty i niedziele, zamiast ulubionych liści eukaliptusa jeść tylko liście banksji do czasu, aż zje wszystko. Ponadto w każdym tygodniu, w którym koala jeszcze ma banksję do jedzenia, dieta musi być taka:

- W każdą sobotę i niedzielę koala może zjeść 10 dag lub 20 dag liści, z wyjątkiem być może ostatniej niedzieli, w której już nic do zjedzenia nie zostało.
- W każdą niedzielę koala musi zjeść co najmniej tyle liści banksji, ile w poprzedzającą ją sobotę, z wyjątkiem być może ostatniej niedzieli, w której to niedzielę koala zjada ostatki banksji (o ile jakieś zostały).

Na ile sposobów koala może zaplanować zjedzenie 120 dag liści banksji?

Przykładowo: gdyby lekarz przepisał tylko 60 dag liści, dwa z kilku grafików koali na kolejne tygodnie mogłyby wyglądać tak:

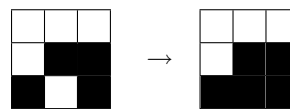
tydzień 1	tydzień 2	tydzień 3
so: 10 dag, ni: 10 dag	so: 10 dag, ni: 10 dag	so: 20 dag

tydzień 1	tydzień 2
so: 10 dag, ni: 20 dag	so: 20 dag, ni: 10 dag

## 7. Gra z kwadratami

Na szachownicy  $3 \times 3$  złożonej z dziewięciu białych pól gracz na zmianę malują jedno białe pole na czarno. Przegrana ten, po którego ruchu powstanie czarny kwadrat  $2 \times 2$ , czyli złożony z czterech czarnych pól. Strategia wygrywająca to taki sposób gry, dzięki któremu gracz wygra z każdym przeciwnikiem, nawet takim, który nie popełnia błędów. Który gracz – rozpoczynający grę czy jego przeciwnik – ma strategię wygrywającą? Opisz tę strategię i uzasadnij, że rzeczywiście jest wygrywająca.

Dla jasności reguł gry prezentujemy ostatnie dwie pozycje w grze, w której gracz pierwszy przegrał, zrobiwszy nieopatrznie ruch na dole szachownicy.



## 8. Komunikacja kosmiczna

Statek kosmiczny ALAKO dostaje wiadomości z Ziemi w postaci bloków po 16 bitów, które możemy wyobrazić sobie jako tabele binarne  $4 \times 4$ . Wiadomość odebrana zawsze różni się od nadanej, bo odbiornik na ALAKO jest zepsuty: zmienia dokładnie trzy bity (w trzech różnych miejscach) w każdym bloku wiadomości, w dodatku robi to za każdym razem losowo. Załoga statku na szczęście o tym wie. Wie też, że wszystkie 16-bitowe bloki są wysyłane z Ziemi w kodzie zwanym dwuwymiarową kontrolą parzystości: mają parzystą liczbę jedynek w każdym wierszu i parzystą liczbę jedynek w każdej kolumnie.

Pewnego razu załoga odebrała blok bitów ukazany na pierwszym rysunku. Nie mając pewności, jaką wiadomość wysłała Ziemia, załoga poprosiła o powtórne przesłanie tej samej wiadomości. Za drugim razem otrzymali blok bitów, jak na drugim rysunku.

1	0	1	0
0	0	1	1
1	1	0	1
0	0	0	0

1	0	1	1
0	0	1	1
1	1	0	0
0	1	0	1

Czy na podstawie wszystkich tych danych załoga ALAKO może jednoznacznie odtworzyć wiadomość?