

ZADANIA DRUGIEGO ETAPU
IV EDYCJI KONKURSU (2016/2017)

Instrukcja

1. Rozwiązania wszystkich zadań prosimy zapisać w języku polskim.
2. Rozwiązanie każdego zadania (z uzasadnieniem) należy zapisać na oddzielnej kartce, opisanej nazwą drużyny. Za rozwiązanie (z **uzasadnieniem**) każdego zadania można otrzymać od 0 do 10 punktów.
3. Po zakończeniu wszystkie kartki z rozwiązaniami prosimy **umieścić w kopercie**. Kopertę należy zakleić.
4. Czas pracy to **150 minut**. Powodzenia!

1. A golf club

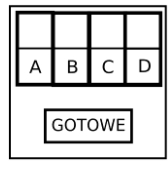
The local golf club was buzzing with excitement. This was it, the final night of the tournament. All the young people from the area met around to see who was going to be crowned the local champion. Robert was asked to keep the score but he sometimes couldn't read his handwriting. The tournament only had four female contestants left and only two rounds were to be played. At the club house Robert tried to work out the scores but this is what he had found out.

- Patricia beat Jane in both rounds.
- Mary beat Linda in both rounds.
- The winner in game 1 came second in game 2.
- Mary won game 2 and Linda beat Jane in game 1.
- No player got the same placing twice.

Can you work out who finished where in each game?

2. Maszyna do wygrywania

Maszyna do gry ma wyświetlacz, podzielony na cztery pola z klawiszami A, B, C, D, jak na rysunku.



Za pomocą wielokrotnego naciśnięcia klawisza grający może wyświetlić cyfrę w polu nad tym klawiszem. Za pomocą klawisza A gracz może wyświetlić w pierwszym polu 1, 2, 3, lub 4. Za pomocą klawiszy B, C, D może w każdym z odpowiednich pól wyświetlić 1, 2, lub 3. Grający wyświetla w ten sposób liczbę 4-cyfrową, a następnie wciska przycisk „GOTOWE”. Jeżeli wyświetlona liczba jest wygrywająca, gracz otrzymuje 2000 zł; w przeciwnym przypadku płaci 10 zł. Wiadomo, że liczby wygrywające zależą tylko od trzech pól: pierwszego i dwóch innych, ale tych innych nie znamy. Na owych trzech istotnych polach wygrywa tylko jeden układ i jeśli go gracz ustawi, dostanie 2000zł niezależnie od cyfry w pozostałym, nieistotnym polu. Na przykład, jeśli wygrywa ustawienie 1, 2, 2 na polach odpowiednio pierwszym, drugim i czwartym, to gracz dostanie 2000 zł, wybierając liczbę zarówno 1212, jak i 1222, jak i 1232.

Założmy, że będziesz grać dokładnie 90 razy. Czy istnieje sposób gry, dzięki któremu na pewno przybędzie ci pieniędzy? Jeśli nie, to uzasadnij dlaczego. Jeśli tak, to opisz swój sposób gry i oblicz, jaki zysk ci zagwarantuje (przy założeniu, że masz pecha i układu wygrywającego nie odkryjesz przez łut szczęścia). Im większy gwarantowany zysk, tym lepiej.

3. Zespół taneczny

Zespół taneczny, występujący w pewnej komedii muzycznej, wykonywał następujący układ taneczny:

- Najpierw tancerki ubrane na czerwono, zielono lub niebiesko ustawiają się w szeregu, zwrócone twarzą w stronę widowni i zaczynają tańczyć w miejscu.

– Następnie wielokrotnie powtarzana jest następująca scena: dwie tancerki wychodzą przed szereg, poruszają się przez moment w rytm muzyki, a następnie wracają do szeregu, zamieniając się miejscami.

Wiadomo, że tancerek było 15, a początkowy szereg, jeśli spojrzemy tylko na kolory strojów, miał postać

N C Z N C C N N C Z N Z Z N Z.

Na końcu przedstawienia tancerki tworzyły trzy zwarte jednokolorowe grupy, a w środku stały tancerki w stroju zielonym.

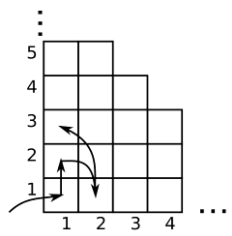
Jaka jest najmniejsza liczba występów par tancerek przed szereg, przy której opisane końcowe ustawienie jest możliwe? Odpowiedź uzasadnij, to znaczy:

– Wyjaśnij, dlaczego podana przez siebie liczba występów jest wystarczająca do powstania opisanego ustawienia końcowego.

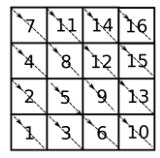
– Uzasadnij, że przy mniejszej liczbie występów opisanego końcowego ustawienie nie jest możliwe.

4. Matematyczna pchła

Pchła Zenobia ma szachownicę 100×100, na której codziennie trenuje skoki. Dzisiaj wymyśliła takie reguły treningu: najpierw wskakuje na lewy dolny róg, a potem porusza się po polach kolejnych przekątnych, od góry każdej przekątnej po skosie w dół.



Na rysunku pierwszym narysowano fragment szachownicy z kolejnymi skokami pchły.



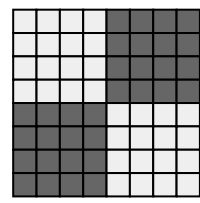
Na rysunku drugim ponumerowano pola w takiej kolejności, w jakiej skakałaby na nie pchła, gdyby trenowała na szachownicy 4×4.

Założmy, że każde pole ma dwie współrzędne (i, j), zmieniające się od 1 do 100, w sposób jak na pierwszym rysunku. Na przykład po 8 skokach Zenobia wyląduje na polu o współrzędnych (2, 3).

Podaj współrzędne pola, na którym pchła znajdzie się po wykonaniu 6062 skoków. Odpowiedź uzasadnij.

5. Kwadraty na szachownicy

Pola szachownicy o wymiarach 8×8 są pomalowane na białe i na czarno, jak na rysunku.



Ile można narysować na tej szachownicy różnych kwadratów (o wymiarach 2×2, 4×4, 6×6 i 8×8), w których liczby pól białych i czarnych są równe? Odpowiedź uzasadnij.

