



KONKURS MATEMATYCZNO-INFORMATYCZNY KOALA

ORGANIZOWANY PRZEZ

V LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCE

IM. KLAUDYNY POTOCKIEJ W POZNANIU

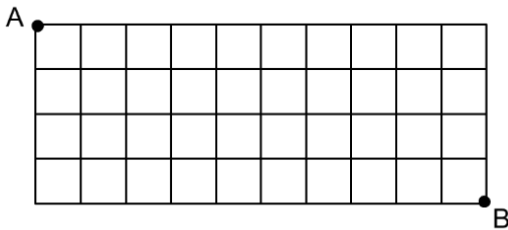
WE WSPÓŁPRACY Z UNIWERSYTETEM IM. ADAMA MICKIEWICZA I POLITECHNIKĄ POZNAŃSKĄ

ZADANIA III ETAPU KONKURSU EDYCJI PONADGIMNAZJALNEJ (2016)

Poniżej znajduje się 10 zadań finałowych. Czas na przygotowanie rozwiązań to **120** minut. Powodzenia!

PG1. Plan miasta

Na rysunku przedstawiono plan ulic pewnego miasta, który ma postać regularnej siatki o wymiarach 4×10 .



Ze względów bezpieczeństwa, aby ograniczyć prędkość poruszania się w mieście, na żadnym ze skrzyżowań ulic nie wolno jechać prosto.

Kierowca wyrusza z punktu A w kierunku południowym i chce dotrzeć do punktu B po najkrótszej drodze.

Jaka jest długość takiej drogi? Ile jest takich dróg?

Zakładamy, że:

- wszystkie odcinki dróg są jednakowej długości;
- wszystkie odcinki dróg są dwukierunkowe;
- na skrzyżowaniach nie ma zakazów skrętu.

PG2. Robaczki

777 robaczków zajęło po jednym z 2000 wierzchołków 2000-kąta foremnego.

Paweł oznaczył każdy z boków 2000-kąta liczbami 0, 1 lub -1, według następujących reguł:

- Bok, na którego obu końcach siedzą robaczki, jest oznaczony liczbą 1.
- Bok, na którego żadnym końcu robaczek nie siedzi, jest oznaczony liczbą -1.
- Przy pozostałych bokach znajduje się 0.

Jaka jest suma liczb zapisanych przez Pawła?

PG3. Antarktyczna ekspedycja

Grupa naukowców zamierza wziąć udział w wyprawie badawczej na Antarktydę.

Celem ekspedycji będą badania geomorfologiczne terenu znajdującego się między dwiema stałymi bazami, oddalonymi o 50 km. Badania potrwać kilka tygodni i będą prowadzone odcinkami w linii prostej. Pomiędzy bazami będą zakładane obozy. Odległości pomiędzy obozami (i między bazami a obozami) nie mogą być większe niż 10 km.

Na etapie projektowania wyprawy należy wybrać lokalizację obozów, by oszacować koszt wyprawy.

W tabeli zgromadzone są informacje o dogodnych lokalizacjach obozów (odległości od pierwszej bazy w km) oraz szacunkowe koszty budowy obozów, opracowane na podstawie zebranych danych.

lokalizacja	4	5	11	16	17	18	21	25	30	36	41	45
koszt	9	5	3	2	2	3	7	4	2	3	4	5

Wybierz miejsca obozów tak, aby łączny koszt ekspedycji był jak najniższy. Jaki będzie koszt?

PG4. Turniej tenisowy

Do reprezentacji szkoły w turnieju debla w tenisie ziemnym zostały wybrane: Ania, Beata, Celina, Daria, Ewa i Faustyna. Poniższa tabela przedstawia wskaźnik predyspozycji (opracowany na podstawie prowadzonych statystyk) do gry po lewej lub po prawej stronie kortu dla każdej z zawodniczek.

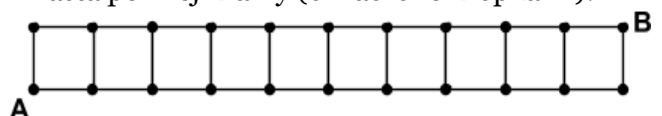
	lewa strona	prawa strona
Ania	4	6
Beata	10	9
Celina	9	7
Daria	4	0
Ewa	0	2
Faustyna	6	4

W turnieju rozegrane będą trzy mecze. Każda dziewczyna może grać tylko w jednym z nich.

Ustal pary deblowe tak, aby szansa wygranej całego turnieju była jak największa. Zakładamy, że szansa wygranej jest największa, gdy suma wskaźników wszystkich grających jest największa z możliwych.

PG5. Z miasta A do miasta B

Rysunek poniżej przedstawia sieć dróg łączących miasta pewnej krainy (oznaczone kropkami).



Na ile sposobów możesz dotrzeć z miasta A do miasta B nie odwiedzając żadnego z miast dwukrotnie?

Pamiętaj, że możesz wybrać dowolną drogę, tj. ominąć niektóre miasta.

PG6. Panie

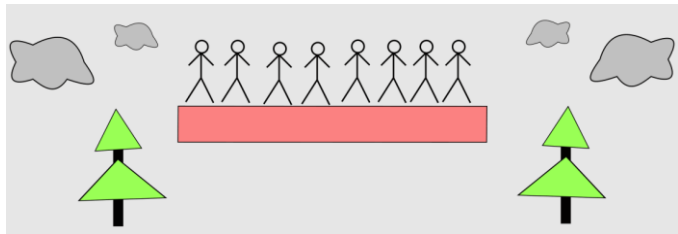
Pani Kasia powiada, że jest młodsza od pani Magdy. Pani Asia twierdzi, że jest najmłodsza ze wszystkich pań. Pani Basia powiada, że pani Asia jest starsza od pani Magdy. Wreszcie pani Magda twierdzi, że pani Asia jest młodsza od pani Kasi.

Każda z pań jest w innym wieku. Dwie młodsze panie kłamią, a dwie starsze mówią prawdę.

Uzereguj panie według wieku (od najmłodszej).

PG7. Punkt widokowy

Grupa 8 osób zawędrowała do punktu widokowego. Wszyscy stoją w rzędzie (jeden obok drugiego), a widoki roztaczają się z prawej i lewej strony.

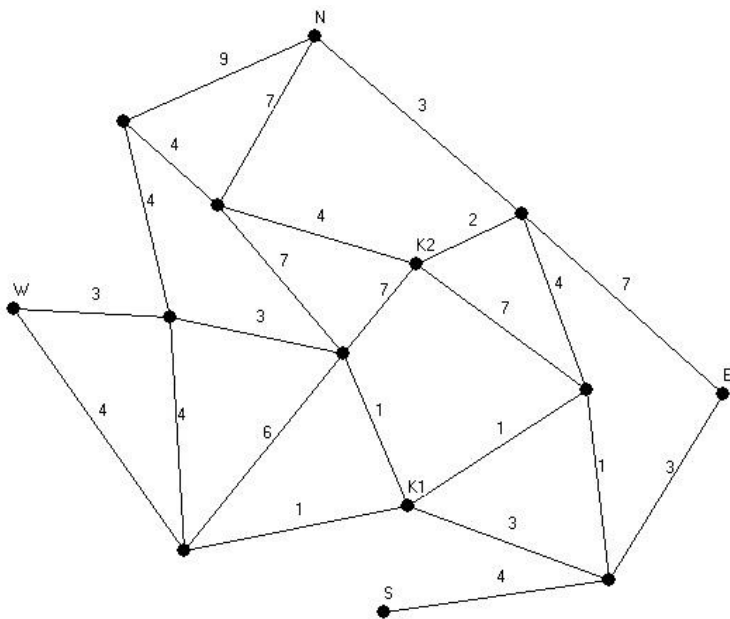


Każdy chciałby obejrzeć widok po lewej i po prawej stronie, ale jest bardzo ciasno i jedynym ruchem, jaki można wykonać jest zamiana miejscami dwóch sąsiadujących bezpośrednio osób. Za każdym razem tylko jedna para może zamienić się miejscami.

Czy 33 ruchy wystarczą, by każdy mógł znaleźć się chociaż raz na skraju po prawej i lewej stronie?

PG8. Policjanci i złodzieje

W pewnym mieście, którego mapkę widzimy poniżej, ukrywają się przestępcy. Policja zna prawdopodobne miejsca kryjówek przestępców, na mapce są one oznaczone jako K1 i K2.



Przestępcy mogą opuścić miasto jedynie kilkoma wyjazdami, oznaczonymi jako W, E, N, S. Policja planuje blokadę ulic. Ulice zaznaczone są na mapce odcinkami, a skrzyżowania punktami. Liczby zapisane przy ulicach określają, ilu policjantów potrzeba i wystarcza, by zablokować ulicę.

Jesteś szefem policji. Zaplanuj blokadę ulic tak, by przestępcy nie mogli uciec z miasta, a liczba policjantów na blokadzie była jak najmniejsza. Jeżeli nie potrafisz podać najmniejszej możliwej liczby policjantów, znajdź najmniejszą, dla której umiesz uzasadnić, że tylu policjantów wystarczy. Podaj też największą liczbę policjantów, o której wiesz, że tylu policjantów nie wystarczy.

Zakładamy, że policja zdąży zablokować ulice, zanim przestępcy opuszczą kryjówkę.

PG9. Palindromy

W zbiorze zadań dla studentów I roku informatyki Piotr znalazł ciekawe zadanie algorytmiczne. Postanowił zainteresować tematem młodszą siostrę. Zaproponował jej następującą grę:

– Podam Ci ciąg liczb jednocyfrowych. W każdym kroku gry będziesz stosować jedną z instrukcji:

(1) Jeśli jakiś spójny trzejelementowy podciąg ciągu jest palindromem (tzn. pierwsza i trzecia cyfra są identyczne), to możesz usunąć ten podciąg. Np. ciąg 163235 możesz zastąpić ciągiem 165.

(2) Jedną liczbę w ciągu (z wyjątkiem 9) możesz zastąpić liczbą o 1 większą.

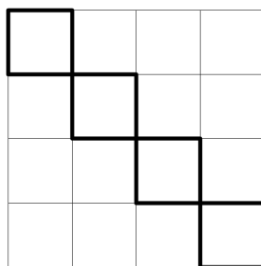
Twoje zadanie będzie polegać na usunięciu wszystkich cyfr tworzących ciąg przy użyciu jak najmniejszej liczby instrukcji (2).

Po wyjaśnieniu zasad Piotr podał ciąg 294563011.

Kasia rozwiązała zadanie. Uzasadnij, że co najmniej cztery razy użyła instrukcji (2).

PG10. Turniej robotyki

Poniższy rysunek ukazuje planszę o rozmiarach 8 m x 8 m, używaną w konkursie dla kół robotyki.



Każda drużyna otrzymała zadanie, które polega na zaprogramowaniu robota w taki sposób, aby robot rozpoczął wędrówkę od pola w prawym dolnym narożniku siatki, poruszał się tylko wzdłuż wyróżnionych krawędzi (jak na rysunku),

przeszedł wzdłuż każdej z nich co najmniej raz i wrócił do miejsca, gdzie zaczął wędrówkę.

Wymagano, aby kod programu składał się z kombinacji tylko dwóch rodzajów instrukcji: **N** – polecenia ruchu naprzód (przed siebie) na odległość 2 metrów oraz **L** – polecenia obrotu (w miejscu) w lewo o $\frac{1}{4}$ kąta pełnego.

Jaka jest najmniejsza liczba instrukcji **L**, jaką musi zawierać kod programu dla robota?

Uwaga: Zakładamy, że orientacja kół robota na początku wędrówki i na jej końcu może być dowolna, co w praktyce oznacza, że pierwszą i ostatnią instrukcją w kodzie programu będzie **N**.

Przykład: Program postaci **NLNLNLLNLN** może zaprowadzić robota na środek planszy.