



KONKURS MATEMATYCZNO-INFORMATYCZNY KOALA

ORGANIZOWANY PRZEZ

V LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCE

IM. KLAUDYNY POTOCKIEJ W POZNANIU

WE WSPÓŁPRACY Z UNIWERSYTETEM IM. ADAMA MICKIEWICZA I POLITECHNIKĄ POZNAŃSKĄ

ZADANIA III ETAPU KONKURSU EDYCJI GIMNAZJALNEJ (2016)

Poniżej znajduje się 10 zadań finałowych. Czas na przygotowanie rozwiązań to **120** minut. Powodzenia! Pamiętajcie, że podczas prezentacji rozwiązań najważniejsze jest jasne przedstawienie toku rozumowania.

G1. Kraina Żarłoków

Mieszkaniec Krainy Żarłoków je co godzinę, przez całą dobę, posługując się indywidualnym 12-godzinnym planem posiłków, który stosuje zarówno w dzień, jak i w nocy. Żarłok nazywa godziny posiłków lekkimi lub obfitymi, w zależności od tego czy spożywa wtedy posiłek lekki czy obfity.

Oto zasady tworzenia grafików (planów) posiłków:

- W planie muszą być dokładnie dwa posiłki obfite.
- Bezpośrednio przed posiłkiem obfitym i po takim posiłku musi być posiłek lekki. Na przykład, jeżeli obfity posiłek jest wpisany o 12:00, to zarówno o 11:00, jak i o 1:00 musi być zaplanowany posiłek lekki.

Zostałeś poproszony o ułożenie grafików posiłków dla nowo narodzonych żarłoków.

Jaka jest największa liczba małych żarłoków, dla których możesz przygotować grafiki, jeśli zakładamy, że żadne dwa grafiki nie mogą być identyczne?

G2. Hasła Mścislawa

Mścislaw bardzo obawia się włamania na swoje konto w pewnym serwisie społecznościowym. Postanowił dla bezpieczeństwa zmieniać hasło codziennie w południe. Aby ułatwić sobie zadanie, na początku wymyślił pewne hasło i od tamtej pory codziennie spośród wszystkich wyrazów, jakie można utworzyć z liter pierwotnego hasła, wybiera nowe w taki sposób, aby nowe hasło w stosunku do poprzedniego było kolejnym w porządku alfabetycznym.

W poniedziałek wieczorem hasłem Mścislawa było KOALESAMIŁE. Jakim hasłem Mścislaw będzie się posługiwał we wtorek wieczorem?

Uwaga: Gdyby wyrazem wybranym przez Mścislawa na początku było ABC, to kolejnymi hasłami wybieranymi w porządku alfabetycznym byłyby: ACB, BAC, BCA, CAB, CBA.

G3. Robot

Robot porusza się wzdłuż linii prostej. Zaprogramowany jest tak, że od momentu startu w ciągu pierwszej minuty pokonuje drogę długości 1 m, w ciągu drugiej minuty drogę długości 2 m, w ciągu trzeciej minuty 3 m itd. W każdej minucie porusza się albo do przodu albo do tyłu.

Robot startuje z pewnego punktu A. Czy można go tak zaprogramować, by po 18 minutach pracy wrócił do punktu A? Odpowiedź uzasadnij.

G4. Ranking

Przeglądarka stron internetowych, używana przez Magdę, zapisuje odnośniki do jej ulubionych stron w postaci listy. Za każdym razem, gdy Magda odwiedza jedną ze stron, przeglądarka aktualizuje ranking, tj. odnośnik do odwiedzanej strony przesuwają się na liście o jedną pozycję w górę (następuje zamiana miejscami dwóch pozycji w rankingu).

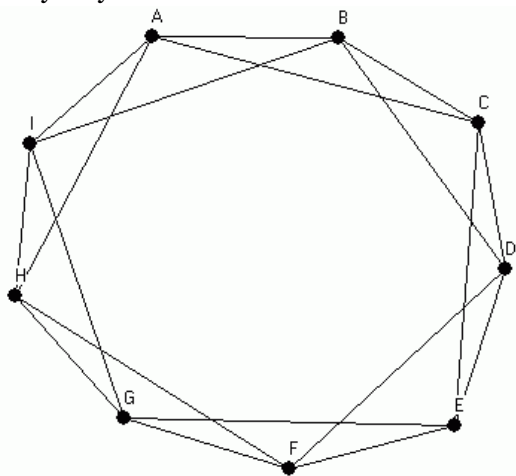
Oto dwie listy: z wczoraj (po lewej) i dzisiejsza:

Atlas	Enigma
Blubry	DreamTheater
Czytelnia	Blubry
DreamTheater	Gry
Enigma	Atlas
Funkcje	Funkcje
Gry	Czytelnia

Jaka jest najmniejsza liczba stron, które Magda musi odwiedzić, aby z wczorajszej listy rankingowej mogła otrzymać listę dzisiejszą? Uzasadnij, że mniejsza liczba odwiedzin nie wystarczy.

G5. Turniej szachowy

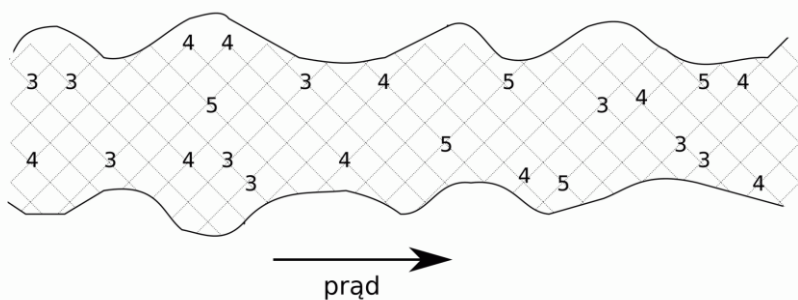
W turnieju szachowym jest 9 zawodników: A, B, ..., I. Każdy z każdym musi rozegrać dokładnie jedną partię, ale żaden z zawodników nie może rozegrać więcej niż jedną partię dziennie (nie każdy musi grać codziennie). Po kilku dniach niektóre partie są już rozegrane. Pozostałe do rozegrania partie na poniższym rysunku zobrazowano odcinkami.



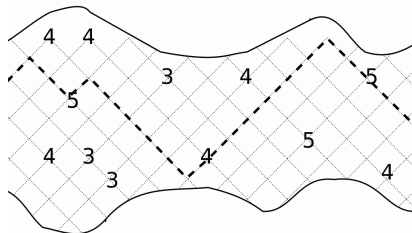
Zaplanuj partie na kolejne dni tak, by dokończenie turnieju zajęło jak najmniej dni. W rozwiązaniu opisz kto z kim zagra w kolejnych dniach i uzasadnij, że mniej dni na dokończenie turnieju nie wystarczy.

G6. Rzeka skarbów

Posiadasz tajną mapkę fragmentu rzeki, na której dnie ukryte są skarby. W miejscach, w których znajdują się skarby zaznaczono na mapce informację o ich liczbie.



Masz zezwolenie na tylko jeden spływ łódką w dół rzeki. Wyruszasz łódką ze świetnym sprzętem, dzięki któremu możesz w ułamku sekundy wydobyć każdy skarb znajdujący się poniżej miejsca, w którym się znajdujesz. Chcesz zdobyć jak najwięcej skarbów. Niestety podczas spływu łódką nie możesz się cofać: cały czas odchylenie Twojego kursu od kierunku prądu (w lewo lub prawo) musi wynosić 45 stopni. Fragment spływu łódką, który pozwala zebrać 14 skarbów jest przedstawiony na rysunku poniżej.



Jaka jest największa liczba skarbów do zdobycia? Podaj przykładową kolejność wydobywania skarbów.

G7. Linie lotnicze

W pewnym państwie każde miasto ma połączenie z co najwyżej trzema innymi miastami, a z każdego miasta jest możliwość podróży do każdego innego miasta z co najwyżej jedną przesiadką.

Ile najwięcej miast może znajdować się w tym państwie? Uzasadnij, że więcej być nie może.

Przedstaw sieć połączeń lotniczych na rysunku.

G8. Zepsuty wyświetlacz

W pewnym teleturnieju zadanie finałowe polegało na wskazaniu jedynej liczby naturalnej z zakresu od 1 do 100, która nie została wyświetlona na ekranie. Każda z pozostałych 99 liczb z tego zakresu była wyświetlona na ekranie dokładnie jeden raz przez cztery sekundy. Liczby wyświetlane były w kolejności losowej.

Uczestnik konkursu miał bardzo słabą pamięć i pamiętał wyświetloną liczbę tylko do czasu wyświetlenia następnej. Nie mógł robić notatek. Jedyłą pomoc stanowił kalkulator z zepsutym wyświetlaczem, na którym można było odczytać tylko ostatnie dwie cyfry (od prawej).

Uzasadnij, że można z kalkulatora zrobić dobry użytek i wskazać bez trudu szukaną liczbę.

G9. Szyba 2

W sali lekcyjnej stłuczono szybę. Wśród podejrzanych było czterech chłopców: Ludwik, Dominik, Tomek i Mateusz. Każdy z nich złożył po trzy oświadczenia.

Ludwik:

1. To nie ja.
2. Nie zbliżałem się do okna.
3. Mateusz wie, kto stłukł szybę.

Dominik:

1. To nie ja.
2. Z Mateuszem nie przyjaźnimy się.
3. Zrobił to Tomek.

Tomek:

1. To nie ja.
2. Zrobił to Mateusz.
3. Dominik kłamie, że to ja.

Mateusz:

1. To nie ja.
2. Zrobił to Ludwik.
3. Dominik to mój przyjaciel.

Każdy z nich przyznał się, że dwa oświadczenia były prawdziwe, a jedno fałszywe.

Czy na podstawie tych informacji można znaleźć winnego zbitcia szyby? Odpowiedź uzasadnij.

G10. Tabela

Tabelę składającą się z trzech wierszy i pewnej liczby kolumn, wypełniono słowami ALGORYTMIKA, KOMBINATORYKA i LOGIKA. Liczba wystąpień każdego ze słów w tabeli jest taka sama.

Uzasadnij, że tabelę o dowolnej liczbie kolumn można w skończonej liczbie kroków przekształcić w tabelę, w której każda kolumna zawiera trzy różne słowa.

Jedyną dozwoloną operacją jest zamiana zawartości dwóch sąsiednich komórek w jednym wierszu.

To oznacza, że wyraz można przesuwając wzdłuż wiersza tabeli (w lewo lub prawo) poprzez zamianę zawartości sąsiednich pól tabeli.

Na przykład tabelę

ALGORYTMIKA	LOGIKA	KOMBINATORYKA	ALGORYTMIKA
ALGORYTMIKA	ALGORYTMIKA	KOMBINATORYKA	KOMBINATORYKA
LOGIKA	LOGIKA	KOMBINATORYKA	LOGIKA

można w trzech krokach przekształcić w tabelę

KOMBINATORYKA	ALGORYTMIKA	LOGIKA	ALGORYTMIKA
ALGORYTMIKA	KOMBINATORYKA	ALGORYTMIKA	KOMBINATORYKA
LOGIKA	LOGIKA	KOMBINATORYKA	LOGIKA

Najpierw, wykonując dwie operacje zamiany, tak aby wyrazy z pierwszych trzech kolumn pierwszego wiersza ustawione były w kolejności: kombinatoryka, algorytmika, logika. Następnie wyrazy algorytmika i kombinatoryka z drugiego wiersza zamieniamy miejscami.