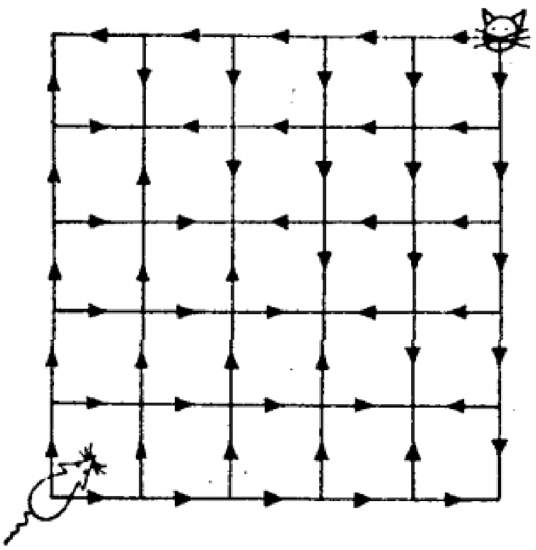
1. Idol
Na przyjęciu jest 25 osób. Należy rozstrzygnąć, czy jest wśród nich idol, czyli ktoś, kto nie zna nikogo z pozostałych, a wszyscy go znają. Sposób postępowania jest następujący: podchodzimy do konkretnej osoby i wskazując na inną osobę, pytamy o to, czy ją zna.
Jaka jest najmniejsza liczba pytań, która zawsze pozwoli rozstrzygnąć problem w grupie 25 osób? Odpowiedź uzasadnij.

2. Kot i mysz
Kot i mysz chcą przejść jak najkrótszymi drogami prowadzącymi do przeciwległych narożników labiryntu o kształcie szachownicy 5 x 5. Poruszają się z taką samą prędkością. Na skrzyżowaniach wybierają losowo jeden z dwóch korytarzy (jak ukazano na rysunku).



Jeśli spotkają się po drodze, to kot zje mysz...
Co jest bardziej prawdopodobne: to, że mysz zostanie zjedzona, czy to że nie zostanie zjedzona? Odpowiedź uzasadnij.

3. Waga
Danych jest 40 odważników (każdy o innej wadze). Znajdź najlżejsze dwa odważniki i jeden najcięższy odważnik, wykonując jak najmniejszą liczbę ważeń na wadze szalkowej.
Uwaga: Na szalkach wagi można położyć tylko po jednym odważniku.

4. Potęga
Wyrażenie x^{17} można zapisać w tzw. zagnieżdżonej postaci $((((x^2)^2)^2)^2)x$, co oznacza, że wartość tego wyrażenia można obliczyć wykonując tylko pięć mnożeń. Oto one: $x^2 = x \cdot x$, $x^4 = x^2 \cdot x^2$, $x^8 = x^4 \cdot x^4$, $x^{16} = x^8 \cdot x^8$ i $x^{17} = x^{16} \cdot x$.
Jaka jest najmniejsza liczba mnożeń potrzebna do obliczenia wartości x^{45}? Odpowiedź uzasadnij.

5. Szafki
Dane jest 99 zamkniętych szafek, umieszczonych jedna obok drugiej.
Obok szafek przechodzi kolejno *99* osób i *i*-ta osoba ($0 < i < 100$) zmienia stan (otwiera lub zamyka) co *i*-tej szafki. Ile szafek będzie otwartych po przejściu ostatniej osoby?
Odpowiedź uzasadnij.

6. Kamienie raz jeszcze

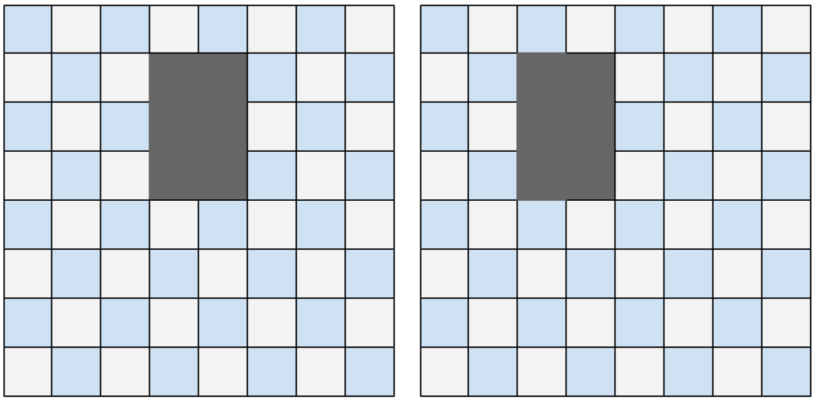
Na stosie było 50 kamieni. Dwie strony grające na zmianę brały co najmniej jeden, a co najwyżej p kamieni ze stosu ($1 < p < 25$). Rozpoczynający grę przegrał, gdyż był zmuszony zabrać ostatni z kamieni. Jakie było p? Odpowiedź uzasadnij.
Uwaga: Zakładamy, że obaj gracze orientowali się w optymalnej strategii gry.

7. Krasnoludek

Krasnoludek chce ułożyć wieżę o wysokości 5 z klocków. Ma on do dyspozycji białe klocki o wysokości 1 oraz żółte i czerwone – o wysokości 2. Na ile sposobów może ułożyć wieżę?
Uwaga: Krasnoludek ma do dyspozycji wystarczającą liczbę klocków każdego rodzaju.

8. Prostokąty

Ile prostokątów można utworzyć z sąsiednich pól szachownicy 8 x 8? Odpowiedź uzasadnij.



Uwaga: Dwa prostokąty przedstawione na rysunkach uznajemy za różne.

9. Ośmiokąty

Beata napisała program komputerowy, który wyświetla na ekranie monitora 24 punkty o takiej własności, że żadne trzy z nich nie są współliniowe.
Zaprojektuj algorytm (sposób postępowania), który pozwoli na narysowanie trzech ośmiokątów prostych w taki sposób, że żadne dwa z nich nie będą mieć punktów wspólnych. Przedstaw działanie algorytmu na przykładzie.
Uwaga: Wielokąt prosty to wielokąt, którego boki tworzą zamkniętą łamaną, a dwa jego boki mają punkt wspólny, tylko gdy są sąsiednimi bokami.

10. Odcinki

Dany jest zbiór 11 odcinków. Oto długości tych odcinków: 13,51; 10,44; 12,1; 16,32; 15,8; 11,02; 14,6; 17,03; 18,4; 20,8; 19,13.
Rozstrzygnij, czy z każdych trzech odcinków z tego zbioru można zbudować trójkąt.
Odpowiedź uzasadnij.