

## Półfinał konkursu KOALA

mecz I

### 1. Liczby w tablicy

Czy można przekształcić jedną tablicę w drugą, zamieniając miejscami tylko wiersze lub kolumny? Odpowiedź uzasadnij.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

12	10	11	9
16	14	5	13
8	6	7	15
4	2	3	1

### 2. Suma w trójkącie

Rysunek przedstawia trójkąt zbudowany z liczb.

```
      7
     3 8
    8 1 0
   2 7 4 4
  4 5 2 6 5
```

Wyznacz największą sumę liczb, przez jakie można przejść po drodze, która zaczyna się w wierzchołku (liczba 7) i kończy się w pewnym punkcie podstawy.

Uwaga: W każdym kroku poruszamy się skośnie w lewo w dół albo skośnie w prawo w dół.

### 3. Ciągi okresowe

Elementami (wyrazami) ciągu mogą być wyłącznie liczby 0, 1, 2, 3, 4 i 5. Każdy element, począwszy od czwartego, to reszta z dzielenia sumy trzech poprzednich wyrazów przez 6.

Oznacza to, że np. czwartym wyrazem ciągu rozpoczynającego się od 023, będzie 5 ( $=0+2+3$ ), a piątym wyrazem tego ciągu będzie 4 (jako reszta z dzielenia  $2+3+5$  przez 6).

Można sprawdzić, że ten ciąg jest okresowy: 0235403...124110235403...

Mówimy wówczas, że podciąg 0235403...12411 jest okresem ciągu.

Dane są pierwsze trzy elementy ciągu: 101. Wyznacz trzy ostatnie wyrazy okresu tego ciągu.

### 4. Odgadywanie kodu

Piotr wymyślił kod 8-bitowy, tj. kod składający się ośmiu cyfr (0 lub 1).

Ania ma za zadanie zidentyfikować kod. Reguły są następujące: Ania podaje przykład kodu (np. 01011000), a Piotr w odpowiedzi podaje informację o liczbie poprawnie wskazanych cyfr (np. trzy dla kodu 11010111).

Jak ma postępować Ania, jeśli chce zidentyfikować kod, stawiając nie więcej niż osiem pytań?

### 5. Ciasto

Jaka jest największa liczba kawałków na jakie można podzielić prostokątne ciasto, przecinając je 11 razy, jeśli każda z linii cięcia musi być równoległa do jednego z boków prostokąta?

### 6. Koperty

Masz tysiąc banknotów 1\$. Jak rozmieścić banknoty w 10 kopertach, aby przy pomocy pewnej kombinacji tych kopert dało się uzyskać każdą kwotę między 1\$ i 1000\$?

## Półfinał konkursu KOALA

mecz II

### 7. Monety

Mamy osiem identycznie wyglądających monet. Wiemy, że jedna z nich jest lżejsza od pozostałych. Ilu ważeń na wadze szalkowej potrzeba w celu identyfikacji monety?

Uwaga: Na szalki wagi można wkładać dowolną liczbę monet.

### 8. Żetony na szachownicy

Rozmieść 16 żetonów na szachownicy tak, aby w każdej kolumnie, w każdym wierszu i na obu przekątnych nie było więcej ich więcej niż dwa.

### 9. Gilotyna

Papier o rozmiarach  $10 \times 100$  ma zostać pocięty na 100 kawałków o rozmiarach  $10 \times 1$ . Jaka jest najmniejsza liczba potrzebnych cięć, jeśli gilotyna pozwala na cięcie nawet 50 kawałków papieru naraz?

### 10. Częściowy porządek

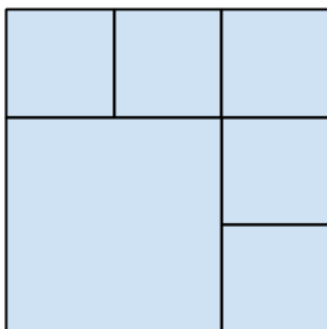
W jaki sposób podstawić liczby: 2, 3, 1, 5, 8, 6, 11, 13, 10, 15, 4 za litery w układzie nierówności  $a < b > c < d < e > f < g < h > i < j > k$ , aby nierówności były prawdziwe?

Uwaga: Dla liczb 2, 5, 1 i 0 i układu nierówności  $a < b > c < d$  poprawnym rozwiązaniem będzie np.  $0 < 5 > 1 < 2$ , bo  $0 < 5$ ,  $5 > 1$  i  $1 < 2$ .

### 11. Podział kwadratu

Kwadrat można podzielić na  $n$  mniejszych kwadratów dla każdego  $n > 5$ .

Rysunek poniżej ilustruje podział dla  $n = 6$ .



Jak podzielić kwadrat na 19 mniejszych kwadratów?

### 12. Skarpety

W szufladzie jest 20 skarpet: dziesięć czarnych, sześć brązowych i cztery szare.

Z powodu awarii oświetlenia w pokoju jest ciemno i nie widzisz koloru wyciąganych skarpet. Jaka jest najmniejsza liczba skarpet, którą należy wyjąć, aby mieć pewność, że:

- masz przynajmniej jedną parę skarpet do koloru?
- masz przynajmniej po jednej parze skarpet każdego koloru?